الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي — ثانوية شهداء أحداث براق القرارم قوقة

الشعبة : علوم تجريبية — دورة : ماي2021

اختبار في مادة : الرياضيات — **المدة: 03 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول:(5 نقاط)

يحتوي كيس على n كرة سوداء ($n \geq 2$) وثلاث كرات بيضاء، لا نفرق بينها عند اللمس .

1) نسحب من الكيس عشوائيا كرتين في أن واحد .

أ) أحسب احتمال الحوادث التالية A " الكرتين المسحوبتين من اللون الأبيض "

B " سحب على الأقل كرة واحدة بيضاء" ، C "الكرتين المسحوبتين مختلفتي اللون"

ب)عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث $P(C) = \dfrac{15}{28}$

2) نعتبر $n = 5$ ونسحب من الكيس كرتين على التوالي وبدون إرجاع . نفرض أنه عند سحب كرة بيضاء نحصل على (-10) نقطة وعند سحب كرة سوداء نحصل على $(+5)$ نقطة .

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب كرتين مجموع النقاط المحصل عليها.

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

ب) عين الأمل الرياضي للمتغير X . ماذا تستنتج ؟

التمرين الثاني: (4 نقاط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة : $(\overline{Z} - 1 - i)(Z^2 - 2Z + 4) = 0$

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$..

نعتبر النقط A ، B ، C و E لواحقها على الترتيب :

$Z_A = 1 - i$ ، $Z_B = 1 + i\sqrt{3}$ ، $Z_C = \overline{Z_B}$ و $Z_E = 4 \times \dfrac{1-i}{1-i\sqrt{3}}$.

1) أ) أكتب كل من الأعداد Z_A ، Z_B و Z_C على الشكل الأسي .

ب) بين أن العدد $\left(\dfrac{Z_B}{Z_C}\right)^{1962}$ عدد حقيقي .

2) أ) أكتب العدد المركب Z_E على الشكل الجبري و الشكل المثلثي

ب) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\dfrac{\pi}{12}$ و $\sin\dfrac{\pi}{12}$

3) أ) عين لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,2);(C,-1)\}$

ب) عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z بحيث $\left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right\| = 4$

التمرين الثالث: (4 نقاط)

(U_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما بحيث : $\begin{cases} \ln U_5 - \ln U_3 = 6 \\ \ln U_2 + \ln U_4 = 14 \end{cases}$

1) أ) بين أن أساس المتتالية (U_n) هو $q = e^3$ وحدها الأول $U_0 = e^{-2}$

ب- أكتب U_n بدلالة n .

2) نضع : $P_n = U_0 \times U_1 \times .... \times U_n$

أحسب بدلالة n الجداء P_n ، ثم أحسب $\lim\limits_{n \longrightarrow +\infty} P_n$

3) نضع $V_n = \ln U_{n+1} + \ln U_n$

أ- برهن أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول V_0.

ب- أحسب بدلالة n المجموع $S_n = \ln U_0 + \ln U_1 + ... + \ln U_n$

التمرين الرابع :(7 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $D =]-1,1[\cup]1,+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{1}{x-1} + \ln(x+1)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 1} f(x)$ $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ ، ثم فسر النتائج بيانيا .

2) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجموعة D : $f'(x) = \dfrac{x(x-3)}{(x-1)^2(x+1)}$

ب) أستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) أكتب معادلة الماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

5) g الدالة المعرفة على المجال $]1,+\infty[$ بالعبارة $g(x) = \dfrac{1}{x-1} + \ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$

أ) تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1,+\infty[$: $\dfrac{x+1}{x} \succ 1$

ب) أستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]1,+\infty[$

6) ليكن المنحنى (δ) المنحنى الممثل للدالة $x \mapsto \ln x$

أ) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - \ln x]$ ثم فسر النتيجة بيانيا

ب) حدد وضعية (δ) و (C_f) على المجال $]1,+\infty[$

7) أرسم (T) ، (δ) و (C_f).

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(4 نقط)

في كل من الأسئلة التالية ،اختر إجابة صحيحة من بين الاقتراحات الثلاثة مع التعليل

1) (U_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما بحيث $U_8 = 32$ و $U_9 \times U_{10} \times U_{11} = 8$

أساسها هو : أ) $q = \frac{1}{4}$ ب) $q = \frac{1}{2}$ ج) $q = 4$

2) أعضاء الطاقم الصحي لمؤسسة استشفائية موزعين حسب الجدول المقابل

نختار عشوائيا عضو من الطاقم.

	أطباء	ممرضون
ذكور	12	24
إناث	8	16

احتمال أن يكون العضو المختار أنثى هو:أ) $\frac{2}{5}$ ب) $\frac{4}{30}$ ج) $\frac{1}{2}$

3) f الدالة المعرفة على $IR - \{-1\}$ ب : $f(x) = e^{ax} + \frac{b}{x+1}$ ، قيمتا العددين a و b بحيث يكون

المماس لمنحناها في النقطة $A(0;2)$ موازيا لحامل محور الفواصل هما :

أ) $a = 1$ و $b = 2$ ب) $a = 2$ و $b = 1$ ج) $a = 1$ و $b = 1$

4) العدد $\ln\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^{2021} + \ln\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)^{2021}$ يساوي : أ) 0 ب) 2021 ج) $2021 \times \ln\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)$

التمرين الثاني: (4 نقاط)

يحتوي كيس على 9 قريصات متماثلة منها : ثلاثة حمراء تحمل الأرقام 1،0،1- و أربعة قريصات بيضاء تحمل الأرقام 1،0،1،1- وقريصتين خضراوين تحملان الرقمين 1- ،0 .

نسحب من الكيس عشوائيا ثلاث قريصات في أن واحد .

1) أحسب احتمال الحوادث التالية : A " سحب ثلاث قريصات من نفس اللون "

B " سحب ثلاث قريصات مجموع أرقامها معدوم" ، C "سحب ثلاث قربصات جداء أرقامها سالب "

2) أحسب احتمال الحادث $P(A \cap B)$ وأستنتج $P\left(\overline{A \cup B}\right)$

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب الرقم الأصغر من بين الأرقام المسحوبة .

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

ب) عين الأمل الرياضي والتباين للمتغير X .

ج) أحسب $P(e^X - 1 \succ 0)$

التمرين الثالث: (5 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{3x-1}{2x}$

1) أدرس اتجاه تغيرات الدالة f على المجال $]0,+\infty[$

2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

أ) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 1$

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما .

ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

3) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(u_n - 1)$

ب) أستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0 \prec u_n - 1 \leq \frac{1}{2^n}$

ج) عين نهاية المتتالية (u_n)

4) نضع : (v_n) متتالية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كما يلي : $v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$

أ) بين أن المتتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول

ب) أكتب بدلالة n كل من v_n و u_n.

ج) أكتب بدلالة n المجموع : $s_n = \frac{v_0 - 1}{u_0} + \frac{v_1 - 1}{u_1} + ... + \frac{v_n - 1}{u_n}$

<u>التمرين الرابع: (7 نقاط)</u>

I) نعتبرالدالة العددية g المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 - xe^{1-x}$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) أستنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x + (x+1)e^{1-x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) أ) بين أن $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ ، وأحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

ب) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$ ، ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

ج) استنتج أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها .

2) أ) بين أن المستقيم (Δ) المعرف بالمعادلة $y = x$ مقارب مائلا للمنحنى (C_f).

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3) (T) مستقيم معادلته $y = x + e$ ، بين أن المستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) في نقطة يطلب تحديدها .

4) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-0.9 \prec \alpha \prec -0.8$

ب) أحسب $f(-1.5)$ ثم أرسم (T)، (Δ) والمنحنى (C_f).

5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $(x+1)e^{1-x} = m$.

انتهى الموضوع الثاني