الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية عيسى حميطوش | امتحان البكالوريا التجريبي
مديرية التربية لولاية برج بوعريريج | ماي 2022
الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات | المدّة: 3 سا و 30 د (3 ساعات و نصف)

يحتوي الإمتحان على 4 صفحات من (صفحة 1 من 4) إلى (صفحة 4 من 4):

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{e^{2x}-e^{x}+1}{e^{x}-1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإقتراحات الثلاثة في كل حالة:

1) من أجل كل عدد حقيقي من $]0;+\infty[$:

أ) $f(x)=e^{x}+1+\dfrac{e^{x}}{e^{x}-1}$. ب) $f(x)=e^{x}-1+\dfrac{e^{x}}{e^{x}-1}$. ج) $f(x)=e^{x}-1-\dfrac{e^{x}}{e^{x}-1}$.

2) الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ و التي تحقق $F(\ln 2)=2$ معرفة كمايلي:

أ) $F(x)=e^{x}-\ln\left(\dfrac{e^{x}-1}{e^{x}}\right)$ ب) $F(x)=e^{x}+\ln\left(\dfrac{e^{x}-1}{e^{x}}\right)$. ج) $F(x)=e^{x}-\ln\left(\dfrac{e^{x}}{e^{x}-1}\right)+\ln 2$.

3) ليكن A مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) و المنحنى (γ) الممثل للدالة $x\mapsto e^{x}-1$ و المستقيمين الذين معادلتيهما $x=1$ و $x=2$:

أ) $A=\ln(2e)$. ب) $A=\ln(e-1)$. ج) $A=\ln(e+1)$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة كمايلي: $u_0=\alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\dfrac{3}{4}u_n+1$.

1) عيّن α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2) نضع في كل مايلي $u_0=5$.

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=\left(\dfrac{3}{4}\right)^{n}+4$.

ب) بين أن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=-\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{3}{4}\right)^{n}$ ثم إستنتج إتجاه تغير (u_n).

ت) أحسب نهاية المتتالية (u_n) ، ماذا تستنتج.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\dfrac{1}{u_n-4}$.

أ) عبر عن v_n بدلالة n .

ب) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=\ln(u_0v_0-1)+\ln(u_1v_1-1)+\ldots+\ln(u_nv_n-1)$.

اختبار في مادة: الرياضيّات / الشعبة: علوم تجريبية / بكالوريا تجريبي 2022

التمرين الثالث: (05 نقاط)

صندوق U_1 يحتوي على 5 كرة بيضاء و 4 كرات سوداء وصندوق آخر U_2 يحتوي على 3 كرات بيضاء وكرتين سوداوين. نسحب عشوائيا كرة من U_1 و نضعها في U_2 ثم نسحب عشوائيا بعد ذلك كرتين في آن واحد من U_2. مجموع هذه العمليات تمثل إختبارا و نعتبر الأحداث: I :"الكرة المسحوبة من U_1 بيضاء "

A :"سحب كرتين بيضاوين " B: "سحب كرتين سوداوين " C: "سحب كرتين من لونين متلفين "

1) أ) تحقق أن $P(I)$ إحتمال الحادثة I هو $\frac{5}{9}$.

ب) علما أن الكرة المسحوبة من U_1 بيضاء ، بين أن إحتمال سحب كرتين بيضاوين من U_2 هو $\frac{2}{5}$.

2) أنشئ شجرة الإحتمالات التي تنمذج هذه التجربة.

3) أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ إحتمال الأحداث A ، B و C.

4) شارك أحمد في لعبة بـــ $100DA$ و قام بالإختبار السابق ، إذا كانت الكرتان المسحوبتان مختلفتين في اللون يتحصل على $50\,DA$ وإذا كانت الكرتان بيضاوين يحصل على $200DA$ و وإذا كانت سوداوين يخسر إشتراكه. وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب الربح الجبري المحقق لأحمد.

- عين قيم X ثم عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي ، بماذا تنصح أحمد.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=x+2-2e^x$

1) أدرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن للمعادلة حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث $-1{,}6<\alpha<-1{,}5$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=\dfrac{2(x+1)e^x}{1+2xe^x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $1cm$)

1) أ) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا.

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=1$ (نقبل أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $1+2xe^x \succ 0$)

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{e^x g(x)}{\left(1+2xe^x\right)^2}$.استنتج إتجاه تغير f و شكل جدول تغيراتها.

3) تحقق أن: $f(\alpha)=1+\dfrac{1}{\alpha+1}$ ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4) أنشئ (Δ) و (C_f) . (تأخذ $f(\alpha)=-0.8$)

5) عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x)=e^m$ حلان متمايزان.

6) n عدد طبيعي، I_n مساحة الحيز المحدد بحامل محور الفواصل و المنحنى (C_f) و المستقيمين الذين معادلتيهما $x=0$ و $x=n$.

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $I_n=\ln\left(1+2ne^n\right)cm^2$.

ب) أدرس إتجاه تغير المتتالية العددية (I_n) ثم أحسب ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$

إنتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (04 نقاط)

لكل سؤال توجد إجابة واحدة صحيحة ، عينها مع التعليل:

1) (w_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $w_n = 2n-1+e^n$ ، ليكن المجموع: $S_n = w_0 + w_1 + \ldots + w_n$:

أ) $S_n = n^2 - 1 + \frac{1}{e+1}\left(e^{n+1}-1\right)$. ب) $S_n = n^2 + 1 + \frac{1}{e-1}\left(e^{n+1}-1\right)$. ج) $S_n = n^2 - 1 + \frac{1}{e-1}\left(e^{n+1}-1\right)$.

2) f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2}{x}(1+\ln x)$. حلول المعادلة التفاضلية $y' = f(x)$ حيث $y(1) = 0$ هي:

أ) $y = (1+\ln x)^2 - 1$ ب) $y = (1+\ln x)^2$. ج) $y = 2(1+\ln x)^2 - 1$.

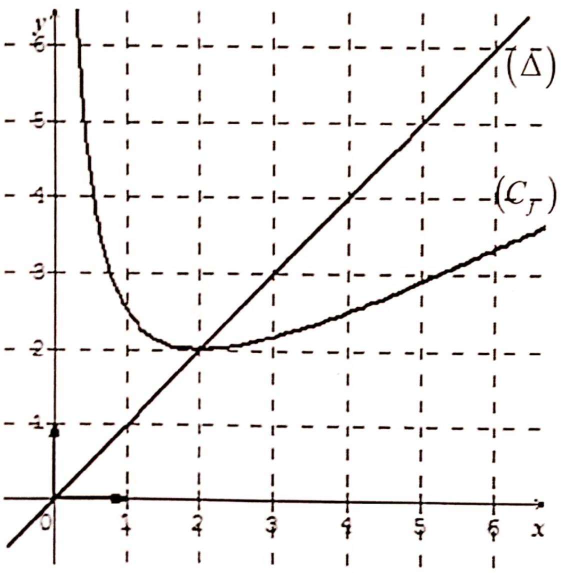
3) بإستعمال التكامل بالتجزئة $I = \int_1^e (x\ln x)\,dx$ قيمة I هي:

أ) $I = e^2 + 1$. ب) $I = \frac{1}{4}\left(e^2+1\right)$. ج) $I = \frac{1}{4}\left(e^2-1\right)$.

4) إذا كانت f دالة فردية على $\mathbb{R}$ فإن دالتها الأصلية F على $\mathbb{R}$ هي دالة:

أ) فردية. ب) زوجية. ج) لا فردية ولا زوجية .

التمرين الثاني: (04 نقاط)



I. f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{4}{x}\right)$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(0;\vec{i},\vec{j}\right)$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$. **(الشكل المقابل)**

1) بين أن الدالة f متزايدة تماما على $[2;+\infty[$.

II. (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0 = 5$ ومن أجل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

1) أ) مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب) ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $2 < u_n \leq 5$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها.

3) أ) بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 < u_{n+1} - 2 \leq \frac{3}{10}(u_n - 2)$.

ب) استنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 < u_n - 2 \leq 3 \times \left(\frac{3}{10}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

اختبار في مادة: الرياضيّات / الشعبة: علوم تجريبية / بكالوريا تجريبي 2022

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يحتوي صندوق على 8 كرات لا نفرّق بينها في اللمس ، أربعة حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 وثلاثة صفراء تحمل كلها الرقم 2 و كرة بيضاء مرقمة بـــ 2 أيضا.

1) نسحب عشوائيّا ثلاث كرات على التوالي دون إرجاع و نعتبر الأحداث التالية:

A :""الكرات المسحوبة الثّلاثة هي مختلفة الألوان مثنى مثنى"

B :"الكرات المسحوبة الثّلاثة تحمل أرقاما مجموعها عدد زوجي"

أ) أحسب الاحتمالات: $P(A)$ و $P(B)$ ، $P(A\cap B)$ ثم إستنتج $P_A(B)$ و $P(A\cup B)$.

ب) نسمّي X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الألوان المحصّل عليها. عيّن قانون الاحتمال للمتغير X ثم أحسب الأمل الرياضيّاتي $E(X)$.

2) نعتبر اللعبة التالية: للمشاركة يدفع اللاعب $100\,DA$ ، ويتحصل على $\alpha\,DA$ (α عدد حقيقي موجب تماما) لكل لون من الألوان المحصل عليها. ليكن Y المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحبة الربح الجبري المحقق.

تحقق أن $E(Y)=E(\alpha X-100)$ ثم عين قيمة α حتى تكون اللعبة عادلة.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f هي الدّالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $f(x)=x-2+(\ln x)^2-\ln x$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(0;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $1\,cm$)

1) أ) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بين أنه من أجل كل $]0;1]$ فإن: $x-1+2\ln x\le 0$ ومن أجل كل $[1;+\infty[$ فإن: $x-1+2\ln x\ge 0$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=\dfrac{x-1+\ln x}{x}$ ثم إستنتج إتجاه تغير f وشكّل جدول تغيّراتها.

2) بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α و β حيث: $0,4\prec\alpha\prec 0,5$ و $2,1\prec\beta\prec 2,2$.

3) أ) حل في $]0;+\infty[$ المعادلة: $(\ln x)^2-\ln x-2=0$.

ب) أدرس وضعيّة المنحنى (C_f) بالنّسبة للمستقيم $(\Delta): y=x$.

4) عين إحداثيي النقطة A من (C_f) بحيث يكون المماس (T) موازيا للمستقيم (Δ) ، ثم أكتب معادلة لـــ (T).

5) بين أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثييها.

6) أنشئ (C_f) ، (Δ) و (T).

7) أ) بين أن الدالة $x\mapsto x\ln x-x$ أصلية للدالة $x\mapsto \ln x$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب) بإستعمال التكامل بالتجزئة بين أن: $\int_1^e(\ln x)^2\,dx=e-2$.

ت) أحسب مساحة الحيز المحدد بـــ (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=1$ ، $x=e$ و $y=x$

إنتهى الموضوع الثاني