على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 0نقاط)

نعتبر في المجموعة z^2 المعادلة : $(E): 5x-6y=3$

1-أ) أثبت أنه إذا كانت الثنائية (x,y)حلا للمعادلة (E) فإن x مضاعف للعدد 3.

ب) استنتج حلا خاصا للمعادلة (E) ثم حل في ^{2} المعادلة (E).

ج) استنتج حلول الجملة (S) : $\begin{cases} x\equiv -1[6] \\ x\equiv -4[5] \end{cases}$

2- a و b عددان طبيعيان حيث :

$a=\overline{1\alpha 0\alpha 00}$في النظام ذو الأساس 3 و $b=\overline{\alpha\beta 0\alpha}$ في النظام ذو الأساس 5.

- عين α و β حتى تكون الثنائية $(a;b)$ حلا للمعادلة (E)

التمرين الثاني:(4 0نقاط)

يحتوي صندوق على ثلاث كريات بيضاء مرقمة من 1 إلى3 ، و خمس كريات سوداء مرقمة من 1 إلى 5 لانفرق بينها عند اللمس. نسحب كريتين على التوالي و بدون إعادة الكرية المسحوبة إلى الصندوق.

1) نعتبر الحوادث التالية: A" سحب كريتين من نفس اللون "

B " سحب كريتين تحملان نفس الرقم " ، C " سحب كريتين مجموع رقميهما يساوي 7 "

أ ـ بين أن $p(A)=\frac{13}{28}$ ثم احسب:$p(B)$ و $p(C)$.

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الأرقام الزوجية المسحوبة.

أ ـ عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

ب ـ احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ ثم التباين $v(X)$.

اقلب الصفحة

التمرين الثالث:(4.5 نقاط)

(u_n) متتالية معرفة على N بـ: $u_0=\frac{3}{2}$ ومن أجل كل n من N : $u_{n+1}=\frac{6u_n-2}{u_n+3}$

1) أ ـ بين أنه من أجل كل n من N : $u_{n+1}=6-\frac{20}{u_n+3}$

ب ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من N : $\frac{3}{2}\le u_n\le 2$

ج ـ بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

2) أ ـ بين أنه من أجل كل n من N : $0\le 2-u_{n+1}\le\frac{8}{9}(2-u_n)$

ب ـ استنتج أنه من أجل كل n من N : $0\le 2-u_n\le\frac{1}{2}\times\left(\frac{8}{9}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الرابع: (7.50 نقاط)

I. لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{x}{2}+(x+1)\,ln(x+1)$.

1) ادرس تغيرات الدالة g على $]-1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) احسب $g(0)$ و استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x .

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x^2\,ln(x+1)$. و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}}f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{2xg(x)}{x+1}$.

3) ادرس تغيرات الدالة ثم شكل جدول تغيراتها.

4) عين معادلة ل (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تحديدها.

6) احسب $f(1)$, $f(2)$ و أنشئ كلا من (C_f) و (T) .

I. h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ ب : $h(x)=(x^2-2|x|+1)\,ln|x|$.

1) احسب $h(-x)-h(x)$ ماذا تستنتج؟

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$: $h(x)=f(|x|-1)$.

3) اشرح طريقة إنشاء التمثيل البياني (C_h) للدالة h انطلاقا من التمثيل البياني (C_f) ثم ارسمه.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة 3^n على 5 ثم بواقي قسمة 3^n على 11 .

2) حل في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة : $11x - 5y = 2 \dots (E)$.

3) حل في مجموعة الأعداد الطبيعية المعادلة : $6 + 3^{11n+1} \equiv 0[11]$.

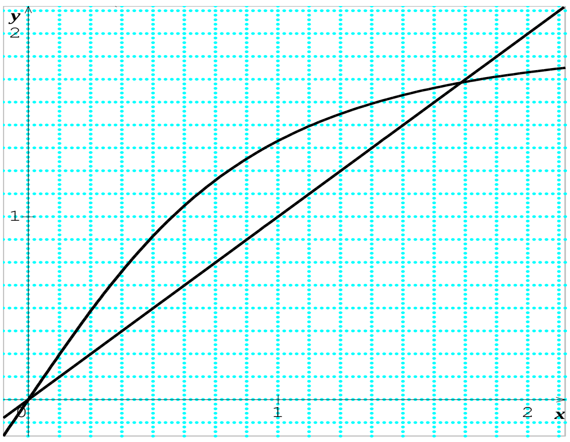
4) عين باقي قسمة 58^{145} على 55 .

5) بفرض $(x;y)$ هو حل من حلول المعادلة (E) حيث : $y > 0$ و $x + 2 > 0$.

عين الثنائيات $(x;y)$ التي من أجلها يكون : $PGCD(y\,;x+2) = 12$.

التمرين الثاني: (4.50 نقاط)

الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C) للدالة f المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$.



و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) بقراءة بيانية عين اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0,+\infty[$.

ب) بين أنه إذا كان $x \in [1,\sqrt{3}]$ فإن $f(x) \in [1,\sqrt{3}]$.

2) نعرف المتتالية (u_n) كما يلي : $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n , $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ) باستعمال التمثيل البياني (C) والمستقيم (Δ) مثل الحدود u_0 , u_1 و u_2 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل ، ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير وتقارب المتتالية (u_n).

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n < \sqrt{3}$.

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n\left(2-\sqrt{u_n^2+1}\right)}{\sqrt{u_n^2+1}}$، ثم استنتج اتجاه تغير وتقارب المتتالية (u_n) .

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \frac{u_n^2}{3-u_n^2}$.

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

اقلب الصفحة

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n، ثم استنتج u_n بدلالة n. و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4)أحسب p_n بدلالة nحيث : $p_n=\frac{(u_0\times u_1\times ....u_n)^2}{(3-u_0^2)(3-u_1^2)........(3-u_n^2)}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

كيس يحوي 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس موزعة كما يلي: خمس كريات حمراء مرقمة

بـ:1 ، 1 ،0، 0 ، 2 ، 2 و خمس كريات خضراء مرقمة بـ:0 ، 0 ، 1 ، 2،2. نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد.

1)أحسب احتمال الأحداث التالية:

A " الحصول على أربع كريات من نفس اللون. "B " الحصول على أربع كريات أرقاما يمكن أن تشكل العدد 2020".

C " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها 4 ".

2) المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة سحب الرقم الأصغر من بين الأربع أرقام التي تحملها الكرات المسحوبة

أ)عين قيم المتغير العشوائي X ،ثم عرّف قانون احتماله.

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$للمتغير العشوائي X.

ج) أحسب احتمال الحدث " $|X-1|\leq 1$"

التمرين الرابع: (7.50نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $R-\{0\}$ بـ : $f(x)=2x+\frac{1}{e^x-1}$

(C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O\,,\vec{i}\,,\vec{j})$

1) حل في R المعادلة: $2e^{2x}-5e^x+2=0$ ثم ادرس إشارة $2e^{2x}-5e^x+2$

2) أ ـ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ مع التفسير البياني.

ب ـ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x$ مقارب مائل لـ(C_f)بجوار $+\infty$

ج ـ بين أن: $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-2x]=-1$ ثم استنتج معادلة للمستقيم (Δ') المقارب المائل الثاني لـ(C_f) .

د ـ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لكل من (Δ) و (Δ') .

3) أ ـ بين أنه من أجل كل x من $R-\{0\}$: $f'(x)=\frac{2e^{2x}-5e^x+2}{(e^x-1)^2}$

ب ـ حدد اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن النقطة $A\left(0;-\frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

5) أنشئ (Δ)،(Δ')و المنحنى (C_f) .

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد حلول المعادلة: $f(x)=2x+m$. انتهى الموضوع الثاني.