

3

رياضيات

المدة:  $8 \times e^{6 \ln(\sqrt[3]{30})}$  ثانية  
التاريخ: 2021/11/29



ثانوية أول نوفمبر 1954  
الاعواط

الرياضيات

الاختبار الأول في مادة

التوقيت ( $10^{2 \log(5)}$  دقيقة) (ة)

التمرين الأول:

04  
نقاط

(ملاحظة: كل إجابة دون تبرير لا تأخذ بعين الاعتبار)

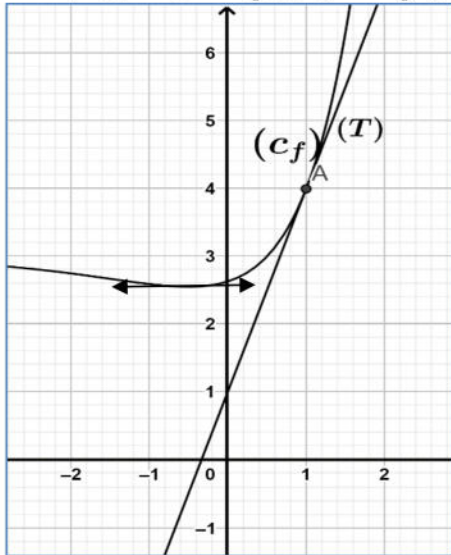
أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير

(1) العبارة:  $\ln(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{2021} - \ln(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2021}$  تساوي:  $4042 \ln(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ (2) من أجل  $x \in ]-1; 0[$ ، العبارة:  $e^{\ln(-x)}$  تساوي  $-x$ (3) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية  $y' - (\ln 2)y = \ln 4$  هو  $f(x) = 2^{x+1} - 2$  مع  $f(0) = 0$ (4) إشارة العبارة:  $1 - 2e^{-x}$  على  $\mathcal{R}$  ملخصة في الجدول الآتي

$x$	$-\infty$	$\ln 2$	$+\infty$
$1 - 2e^{-x}$		0	
		-	+

06  
نقاطالتوقيت ( $3 \times e^{\frac{\ln(30)}{\log(30)}}$  دقيقة) (ة)

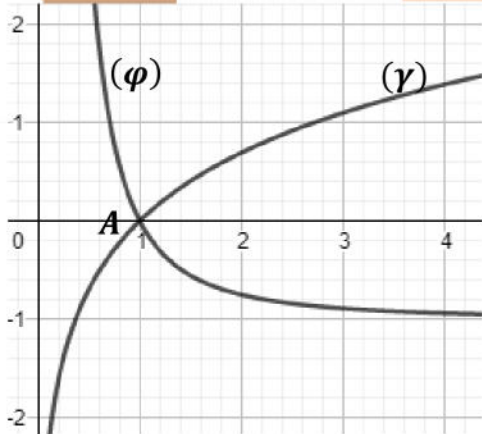
التمرين الثاني

دالة معرفة على  $\mathcal{R}$  كما يلي  $f(x) = (ax + b)e^{x-1} + c$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل حيث $(C_f)$  يقبل مماس  $(T)$  عند النقطة  $A(1; 4)$  ويشمل النقطة  $B(0; 1)$ و يقبل مماس آخر يوازي محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة  $-\frac{1}{2}$ .I: حدد قيم  $f(1)$  و  $f'(-\frac{1}{2})$  و  $f'(1)$  ثم أكتب معادلة  $(T)$ .(2) أحسب  $f'(x)$  ثم عين الأعداد الحقيقية  $a$  و  $b$  و  $c$ .II: نعتبر فيما يلي الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathcal{R}$  بـ:

$$f(x) = (2x - 1)e^{x-1} + 3$$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .(2) بين أن:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$  ثم فسر النتيجة بيانياً(3) أحسب  $f'(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .(4) استنتج إشارة  $f$  على  $\mathcal{R}$  ثم بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha$  من المجال  $]1; 2[$  يحقق:  $f(\alpha) - 5 = 0$ ✓ أحسب  $f(1)$  ثم استنتج إشارة  $f(x) - 4$ (5) لتكن  $h$  الدالة المعرفة على  $\mathcal{R}$  كما يلي:  $h(x) = f(x) - 4 \ln[f(x)]$ أ- أعط عبارة  $h'(x)$  بدلالة  $f(x)$  و  $f'(x)$ ب- استنتج اتجاه تغير الدالة  $h$  ثم شكل جدول تغيراتها

إقلب الصفحة



**الجزء الأول:**  $(\varphi)$  و  $(\gamma)$  التمثيلان البيانيان للدالتين  $x \mapsto \frac{1}{x^2} - 1$  و  $x \mapsto \ln x$

على الترتيب في المعلم المتعامد  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  كما في الشكل المقابل:

$A$  هي نقطة تقاطع  $(\varphi)$  و  $(\gamma)$

(1) بقراءة بيانية حدد وضعية  $(\gamma)$  بالنسبة إلى  $(\varphi)$  على  $]0; +\infty[$

(2) الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln x$ .  
❖ استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$ .

**الجزء الثاني:** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{-x^2 + 6x + \ln x}{2x}$

نسمي  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$   $\|\vec{j}\| = 2cm$ .

(1) أحسب:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

(2) أ/ أثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{g(\frac{1}{x})}{2x^2}$ .

ب/ عين دون حساب:  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1+h)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً.

ج/ تأكد أن الدالة  $f$  متزايدة على المجال  $]0; 1[$  و متناقصة على المجال  $]1; +\infty[$  ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أ/ أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ f(x) + \frac{1}{2}x \right]$ ، ماذا تستنتج؟

ب/ ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -\frac{1}{2}x + 3$ .

(4) أ/ بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماساً  $(T)$  يوازي  $(\Delta)$ ، يطلب كتابة معادلة له.

"نشير إلى أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $x_1$  و  $x_2$  حيث  $0.2 < x_1 < 0.3$  و  $6.2 < x_2 < 6.3$ "

ب/ أنشئ المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(T)$  ثم المنحنى  $(C_f)$ .

(5)  $m$  عدد حقيقي،  $h_m$  الدالة ذات المتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على المجال:  $]0; +\infty[$  بـ:

$$h_m(x) = (3 - m)x + \frac{1}{4}(\ln x)^2$$

أ/ أحسب  $h'_m(x)$  حيث  $h'_m$  هي الدالة المشتقة للدالة  $h_m$

ب/ باستعمال المنحنى  $(C_f)$ ، ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، عدد حلول المعادلة  $h'_m(x) = 0$

\*\*\* انتهى \*\*\*



هدية: نعتبر الدالتان  $f, g$  المعرفتان على:  $[-2; 2]$  كما يلي:

$$(C_f) \text{ و } (C_g) \text{ تمثيلهما البيانيان في معلم متعامد ومتجانس} \begin{cases} f(x) = |x| + \sqrt{4 - x^2} \\ g(x) = |x| - \sqrt{4 - x^2} \end{cases}$$

استاذ المادة "تونس" ن. محمد لم  $(C_f) \cup (C_g)$  ميلينا بالمشاعر الصادقة والدعوات الخاصة

متمنيا لكم التوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا