الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
المستوى: الثالثة ثانوي
الشعبة: علوم تجريبية

التاريخ :16 ماي 2021
الأستاذ : عجيسي نواري
دورة : جـــوان 2021

اختبار في مادة: الرياضيات
المدة : 3 سا و 30 د

الموضوع التجريبي 01

التمرين 01: (04 نقط)

I) نعرف على $\mathbb{N}^*$ المتتالية (u_n) حيث : $\begin{cases} u_1 = e^2 \\ u_{n+1} = e^{-\frac{1}{2}}.\sqrt{u_n} \end{cases}$

1. احسب كلا من u_2 و u_3.
2. أثبت بالتراجع أنّه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإنّ: $u_n > \frac{1}{e}$
3. برهن أنّه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإنّ: $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ ثم استنتج تقارب المتتالية (u_n)

II) نضع لكلّ n من $\mathbb{N}^*$: $w_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ln u_n$.

1) أثبت أن (w_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

2) عبّر عن w_n بدلالة n ثم استنتج أن: $u_n = e^{3\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} - 1}$ ثم احسب $\lim u_n$

3) احسب بدلالة n الجداء: $\pi_n = u_1 \times u_2 \times u_3 \times .... \times u_n$

التمرين 02: (04 نقط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C لواحقها على الترتيب :
$z_A = 1 + 2i \ , \ z_B = 1 + \sqrt{3} + i \ , \ z_C = 1 - 2i$.

1) أ) تحقق أن : $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = i\sqrt{3}$ ، إستنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) عين لاحقة النقطة ω مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC .

2) أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 2(1 + 2\cos\theta)z + 5 + 4\cos\theta = 0$ .... (1) مع $\theta \in \mathbb{R}$.

ب) بيّــن أن صورتي حلي المعادلة (1) تنتميان إلى الدائرة (C) .

3) نعتبر التحاكي h الذي مركزه B و نسبته 2 . عين لاحقة النقطة D صورة ω بالتحاكي h ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

4) عين و أنشئ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $arg(z^2) = arg(-z) + 2k\pi$ (حيث k عدد صحيح) .

التمرين 03: (05 نقط)

يحتوي كيس على $4n$ كرية من لونين مختلفين : $(2n+1)$ كرية صفراء و $(2n-1)$ كرية خضراء حيث $n \in \mathbb{N}^*$.

نسحب من الكيس كرتين في آن واحد .

1) من أجل $n=10$ أحسب احتمال الحوادث التالية :

A : " الكريتان المسحوبتان م ن لونين مختلفين " .

B : " الكريتان المسحوبتان لونهما أخضر " .

C : " الكريتان المسحوبتان لهما نفس اللون " .

2) في هذا السؤال n عدد طبيعي أكبر تماما من 1 . نسمي P_A احتمال الحادثة A .

– من أجل أي قيمة للعدد الطبيعي n يكون P_A أعظميا ؟

3) نفرض الآن أن الكيس يحتوي على 8 كريات منها 5 صفراء مرقمة كما يلي : 0،0،0،1،1 و 3 كريات خضراء مرقمة كما يلي : 0،1،2 .

– أحسب احتمال الحادثتين : D : " الكريتان المسحوبتان من نفس اللون " .

E : " جداء العددين المسجلين على الكريتين المسحوبتين معدوم " .

4) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة سحب بمجموع الرقمين المسجلين على الكريتين المسحوبتين .

أ) أوجد قيم المتغير العشوائي X .

ب) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ج) أحسب $P(|X|\leq 2)$ ثم بين أن $P(5X^2-15\geq 0)=P(X\geq 2)$.

التمرين 04: (07 نقط)

الجزء الأول : إذا علمت أنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$ برهن أنّ : $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^x=0$ و أنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$.

لتكن الدالة g ذات المتغيّر حقيقي x معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(ax+b)e^x+c$.

1) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c علما أنّ (Γ) تمثيل الدالة g يشمل النقطة $A(0;2)$ و يقبل مماسا أفقيا عند النقطة ذات الفاصلة 0 كما يقبل مستقيما مقاربا أفقيا بجوار $-\infty$ معادلته $y=1$.

2) يعطى : $c=1, b=1, a=-1$.

أ) أدرس تغيّرات الدالة g .

ب) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدا α ينتمي إلى المجال $]1.27;1.28[$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f ذات المتغيّر حقيقي x معرّفة كما يلي : $f(x)=e^x-\ln|x-1|$. (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنّ الدّالة f معرّفة على المجال $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$.

2) أثبت أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ فإنّ : $f'(x)=-\frac{g(x)}{x-1}$.

3) بيّن أنّ : $f(\alpha)=\alpha+\frac{1}{\alpha-1}$ ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4) تحقق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من $]1;+\infty[$ فإنّ : $f(x)=x\left(\frac{e^x}{x}-\frac{\ln(x-1)}{x-1}\times\frac{x-1}{x}\right)$ و أحسب نهايات الدالة f .

5) شكل جدول تغيرات الدالة f .

6) أنشئ بدقّة المنحنى (C_f) .

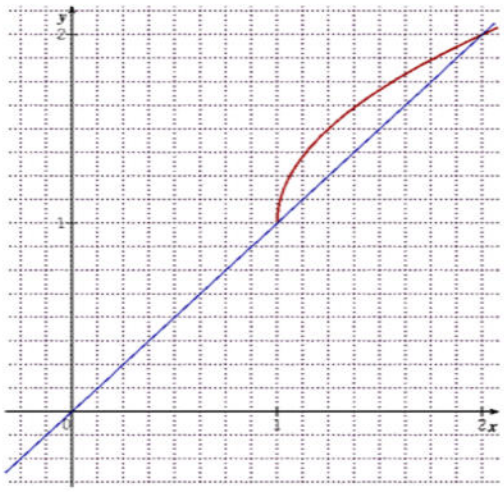
7) ناقش بيانيًا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $-\frac{e^x-m-1}{\ln|x-1|}+1=0$.

انتهى الموضوع.

الموضوع التجريبي 02

التمرين 01: (04 نقط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0=\frac{3}{2}$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1}=f(u_n)$ حيث f الدالة العددية المعرفة على $[1;2]$ بالعبارة : $f(x)=1+\sqrt{x-1}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ (الرسم المقابل)



1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $1<u_n<2$.

2) باستخدام (C) و (Δ) مثل على محور الفواصل الحدود u_3,u_2,u_1,u_0 مع إظهار خطوط الإنشاء.

3) اثبت أن المتتالية (u_n) متزايدة .

4) اثبت أن المتتالية (u_n) متقاربة نحو عدد حقيقي يطلب تعيينه.

5) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\ln(u_n-1)$

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب) عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

جـ) احسب $\lim v_n$ ثم تأكد من نتيجة السؤال 4)

التمرين 02: (05 نقط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-i)(z^2-2\sqrt{3}z+4)=0$.

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نسمي A ، B و C نقط المستوي التي لاحقاتها على الترتيب $z_1=\sqrt{3}+i$ ، $z_2=\sqrt{3}-i$ و $z_3=i$.

أ) اكتب العدد $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل الأسي.

ب) استنتج قيسا للزاوية $(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OA})$ وطبيعة المثلث OAB .

جـ) عيّن مجموعة قيّم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ حقيقيا موجبا.

د) هل توجد قيّم للعدد الطبيعي n يكون من أجلها العدد المركب $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ تخيليا صرفا ؟ برّر إجابتك.

3) أ) عيّن العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه A ويحول B إلى C، محددا نسبته وزاويته.

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC

4) أ) عيّن العناصر المميزة لـ(E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق:

$$|z-z_1|^2+|z-z_3|^2=5$$

ب) عيّن (E') مجموعة النقط M من المستوي التي لاحقتها z حيث: $|z-z_1|=|z-z_3|$.

التمرين 03: (04 نقط)

(I) يشمل امتحان المسابقة الوطنية للطب 100 درس ، لم يحضر منها الطالب الجامعي سوى 60 درسا وضعت 100 قصاصة في إناء واحد ، بحيث كل قصاصة تحتوي على سؤال واحد من درس واحد فقط.
يقوم الطالب بسحب عشوائيا قصاصتين معا

1) أحسب احتمال الحادث : A " لا يعرف الطالب أي موضوع من الموضوعين"
2) أحسب احتمال الحادث : B " يعرف الطالب الموضوعين معا"
3) أحسب احتمال الحادث : C " يعرف الطالب موضوعا واحدا من الموضوعين"
4) أحسب احتمال الحادث : D " يعرف الطالب على الأقل موضوعا من الموضوعين"

(II) نفرض الآن أن الطالب حضر n درسا ، مع n عدد طبيعي بحيث $n \leq 100$

1) أحسب الاحتمال P_n ، احتمال الحادث : A_n " يعرف الطالب على الأقل موضوعا من الموضوعين"
2) عين أصغر عدد طبيعي n الذي من أجله يكون $P_n \geq 0,80$

التمرين 04: (07 نقط)

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x}\right) - \frac{x+4}{x+2}$.

1) أحسب نهاية الدالة g عند $+\infty$ و عند 0 بقيم كبري ، ثمّ فسر النتائج هندسيا .
2) أدرس إتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها .
3) بيّـن أن المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α ينتمي إلى المجال $[0,36 ; 0,38]$
4) إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0 ; +\infty[$.

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $]0 ; +\infty[$ كمـا يلي : $f(x) = x\ln\left(\frac{x+2}{x}\right) - x$.

1) أحسب نهاية الدالة f عند 0 بقيم كبرى .
2) أ. نذكّـر أن : $\lim\limits_{h\to0}\frac{\ln(1+h)}{h} = 1$. أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$ (ممكن وضع : $\frac{2}{x} = h$) .

ب. إستنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$.

جـ . بيّـــن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = -x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

3) أ. أدرس إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

ب. بيّـن أن : $f(\alpha) = 2.\frac{\alpha}{\alpha+2}$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$.

جـ . عيّـن القيمة المضبوطة لفاصلة نقطة تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل .

4) أنشئ (Δ) و المنحنى (C_f) في المعلم المتعامد و المتجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.
5) F هي الدالة المعرفة على المجال $]0 ; +\infty[$ بـــــ : $F(x) = \left(\frac{x^2}{2} - 2\right)\ln(x+2) - \frac{x^2\ln x}{2} + x - \frac{x^2}{2}$.

– برّر أن الدالة F أصلية للدالة f على $]0 ; +\infty[$.

انتهى الموضوع.

عيدكم مبارك تقبل الله منا ومنكم الصيام والقيام

عزيزي الطالب يسرني أن أبشرك أنك ستكون بإذن الله من الناجحين لم يبق الكثير عليك

بمضاعفة المجهود لأجل أن تدخل الفرحة والسرور على والديك وأقاربك وأساتذتك وأحبائك

لا تنسونا من خالص الدعاء