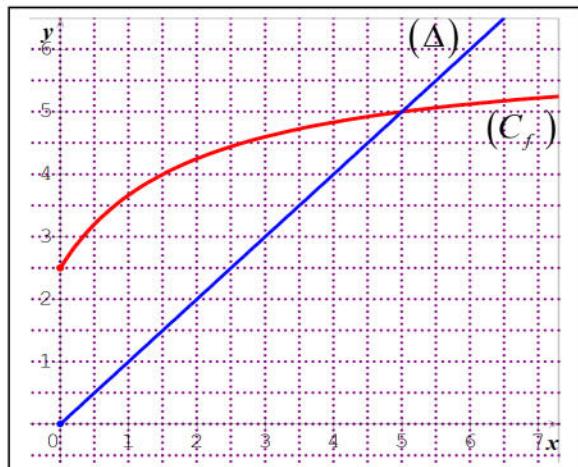


على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:
الموضوع الأول (20 نقطة)



التمرين الأول : (05 نقاط)

المنحني (C_f) في الشكل المقابل هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{6x+5}{x+2}$ و (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$.

1. بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0, +\infty[$.

2. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$.
أ) على الوثيقة المرفقة مثل على حامل محور الفواصل و دون حسابها الحدود u_3, u_2, u_1, u_0 .

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

3. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $1 \leq u_n \leq 5$.

4. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، و ماذا تستنتج حول تقاربها.

5. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ $v_n = \frac{u_n - 5}{u_n + 1}$.
أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعين أساسها و حدتها الأول.

ب) عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.

6. احسب المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{u_0+1} + \frac{1}{u_1+1} + \dots + \frac{1}{u_n+1}$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y التالية: $11x - 5y = 2 \dots \dots \dots (E)$.

1. أ) أثبت أنه إذا كانت الثانية (x, y) من \mathbb{Z}^2 حللا للمعادلة (E) فإن: $y \equiv 4[11]$.

ب) استنتاج حلول المعادلة (E) .

2. ليكن n عددا طبيعيا غير معروف. نضع: $a = 5n + 2$ و $b = 11n + 4$.

أ) عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

ب) عين قيم n بحيث يكون $\text{PGCD}(a, b) = 2$.

ج) استنتاج قيم n بحيث يكون العدادان a و b أوليان فيما بينهما.

3. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقلية للعدد 7^n على 10.

ب) استنتج رقم آحاد كل من العددين التاليين: 7^{2022} و 7^{1443} .

ج) عين كل الثنائيات (x, y) من $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ حلول المعادلة (E) والتي تحقق:

التمرين الثالث : (04 نقاط)

1. تحقق أن: $5^{1443} \equiv 1 \pmod{7}$ و استنتاج أن: $5^6 \equiv -1 \pmod{7}$.

2. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^n$.

أ) بين أنه من أجل كل n من \mathbb{N} أن: $1 - 4S_n = 5^{n+1}$ و استنتاج أن S_n و 5^n أوليان فيما بينهما.

ب) ليكن العدد الصحيح a . بين أن $4S_n \equiv a \pmod{7}$ إذا وفقط إذا كان $S_n \equiv 2a \pmod{7}$.

ج) بين أن $4S_{1442} \equiv 5 \pmod{7}$ و استنتاج باقي قسمة S_{1442} على 7.

د) عين أصغر عدد طبيعي غير معروف n بحيث يكون 7 قاسماً له.

3. ليكن n عدد طبيعي غير معروف . نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة : $5^n x + S_n y = 1$. (E)

أ) تتحقق أن الثانية $(-4, 5)$ حل للمعادلة (E) ثم حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة . (E).

$$\begin{cases} 5^n x - S_n y = 7 \\ PGCD(x, y) = 7 \end{cases}$$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء I : نعتبر الدالة العددية g_α المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ (c_α) ولتكن $g_\alpha(x) = x^2 - 1 + \alpha \ln x$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$ و α عدد حقيقي.

1. نقاش حسب قيم α وجود و عدد النقط الحدية للمنحنى (c_α) .

2. فيما يلي نفرض $\alpha = 1$ و نضع $g = g_1$. احسب g_1 .

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $[0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) احسب $(1) g$ ثم استنتاج إشارة $(x) g$ على $[0; +\infty[$.

الجزء II : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ $f(x) = -x + 1 + \frac{\ln x}{x}$:

ولتكن (c_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(\vec{j}; \vec{i}; \vec{j})$.

1. احسب $f(0)$ و فسر النتيجة هندسياً ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. أ) بين أن المنحنى (c_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) يطلب تعين معادلة له.

ب) ادرس وضعية (c_f) بالنسبة إلى (Δ) على المجال $[0; +\infty[$.

3. أ) بين أنه من أجل كل x من $[0; +\infty[$ أن: $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (c_f) .

4. أ) بين أن الدالة F المعرفة على $[0; +\infty]$ أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$.

ب) احسب بمساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (c_f) و المستقيمات التي معادلاتها $y = 0$ ، $y = 1$ و $x = \frac{1}{2}$.

الجزء III: نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ ولتكن (c_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1. بين أن الدالة h زوجية.

2. اشرح كيف يتم رسم (c_h) انطلاقاً من (c_f) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق (استعمل الألوان).

3. نقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حيث $m \neq 0$ عدد و إشارة حلول المعادلة $e^{h(x)} = |m|$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني (20 نقطة)

التمرين الأول : (4 نقاط)

(u_n) متالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0 = 6$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 3} - 3$.

1. برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $-2 \leq u_n \leq 6$.

2. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $u_{n+1} - u_n = \frac{-(u_n + 2)(u_n + 3)}{\sqrt{u_n + 3} + u_n + 3}$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتالية (u_n) ثم ببرر تقاربها.

3. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $0 \leq u_{n+1} + 2 \leq \frac{1}{2}(u_n + 2)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = 0$ ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$.

4. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$. بين أن $-2(n+1) \leq S_n \leq 16 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) - 2(n+1)$.

التمرين الثاني : (5 نقاط)

1. نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $63x + 5y = 159$.

أ) تحقق أن العددين 63 و 5 أوليان فيما بينهما ثم بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا.

ب) عين الحل الخاص $(x_0; y_0)$ للمعادلة (E) الذي يتحقق: $x_0 + y_0 = -3$ ثم استنتاج حلول المعادلة (E).

ج) عين كل الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) التي تتحقق: $|13x + y - 33| < 4$.

2. A عدد طبيعي يكتب $\overline{\beta 10 \alpha 0 \alpha}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 و يكتب $\overline{\alpha 0 \alpha 5}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.

أ) جد العددين الطبيعيين α و β ثم اكتب العدد $(A+7)$ في النظام العشري.

ب) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5.

ج) عين قيم العدد الطبيعي n التي تتحقق: $\begin{cases} 3^{4n} + 3^n - A \equiv 0 [5] \\ n \equiv 0 [3] \end{cases}$

التمرين الثالث : (04 نقاط)

. $\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 100 \\ u_1 \times u_3 = 256 \end{cases}$ (u_n) متالية هندسية متزايدة تماماً حدودها موجبة تماماً تتحقق:

1. أ) احسب u₂ ثم u₁ و u₃.

ب) احسب q أساس المتالية (u_n) ثم عبر عن u_n بدلالة n.

2. احسب المجموع بدلالة n المجموع S_n = u₀ + u₁ + u₂ + + u_n, ثم الجداء P_n = u₀ × u₁ × u₂ × × u_n.

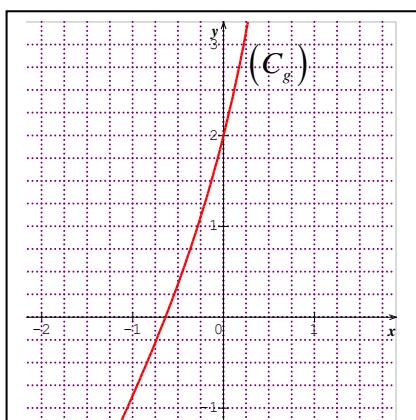
3. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 7 على 5.

ب) بين أن العدد $7^{2022} + 2 \times 47^{1443}$ مضاعف للعدد 5.

ج) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $2 - 5n + 1979^{2022} + 1954^{1443}$ على 5.

4. من أجل كل عدد طبيعي غير معروف n نضع $T_n = \frac{1}{\ln 2} [\ln 4 + \ln 4^2 + \dots + \ln 4^n]$

احسب بدلالة n ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $T_n + 7^{2022} - n^2 \equiv 0$.



التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء I : المنحني البياني (C_g) في الشكل المقابل هو التمثيل البياني

للدالة g المعرفة على ℝ بـ . $g(x) = 2x + 1 + e^{2x}$

1. شكل جدول تغيرات الدالة g على ℝ.

2. أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلًا وحيدًا α على $[-0.7; -0.6]$.

ب) استنتج إشارة g(x) على ℝ.

الجزء II : تعتبر الدالة العددية f المعرفة ℝ بـ $f(x) = 1 - x + (x+1)e^{-2x}$

ولتكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (O; i; j) حيث $\|i\| = \|j\| = 2\text{cm}$.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.

أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) على ℝ.

3. أ) بين أنه من أجل كل x من ℝ أن: $f'(x) = -g(x)e^{-2x}$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على ℝ ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) أثبت أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) عند نقطة يطلب تعين فاصلتها، حيث $(T) : -x + 1 + \frac{1}{2}e^{-2x}$.

4. بين أن $f(\alpha) = \frac{-2\alpha^2}{2\alpha + 1}$ ثم أوجد حصراً $f(\alpha)$.

5. احسب $f(0)$ و $f(1)$ ، ثم ارسم (Δ) ، $f(\alpha)$ و (T). نأخذ $f(\alpha) \approx 2.9$.

6. عين بيانياً قيمة الوسيط الحقيقي m بحيث المعادلة $f(x) = -x + m$ تقبل حللين سالبين تماماً.

7. نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معروف n : $I_n = \int_0^1 x^n e^{-2x} dx$
- (أ) بين أن الدالة $F(x) = -\frac{1}{4}(2x+1)e^{-2x}$ أصلية للدالة $x \mapsto xe^{-2x}$.
- (ب) بين باستعمال المتكاملة بالتجزئة أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معروف n أن: $I_{n+1} = -\frac{e^{-2}}{2} + \frac{1}{2}(n+1)I_n$
- (ج) λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 0$ ، ليكن العدد الحقيقي $A(\lambda)$ حيث $A(\lambda) = \int_0^\lambda [f(x) - (-x+1)]dx$ حيث $f(x) = xe^{-2x}$. احسب $A(\lambda) = \frac{1}{4} \left[3 - \frac{2\lambda+3}{e^{2\lambda}} \right]$ * بين أن

انتهى الموضوع الثاني

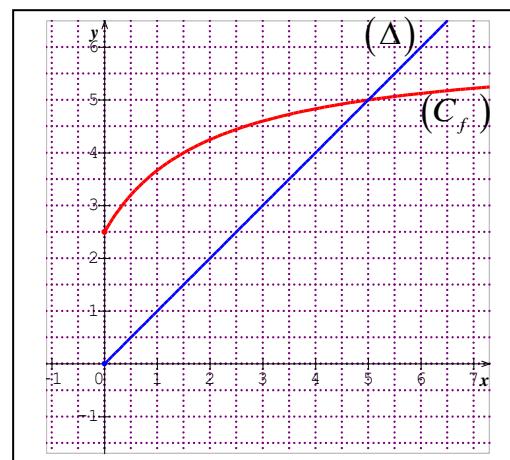
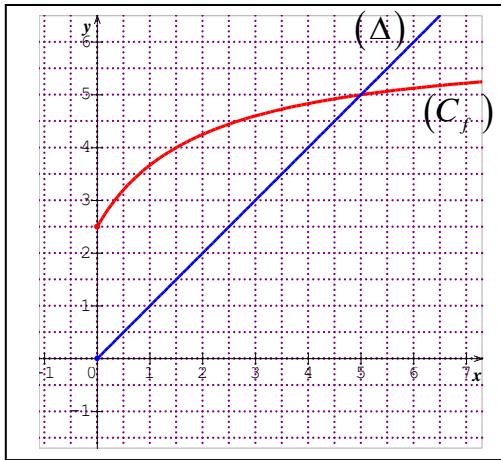
مع تمنياتنا لطلبتنا الأعزاء بالتوفيق و النجاح و السداد في شهادة البكالوريا 2022

الوثيقة المرفقة

الوثيقة المرفقة

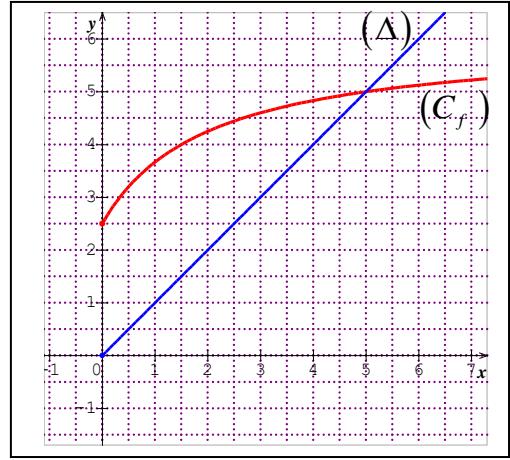
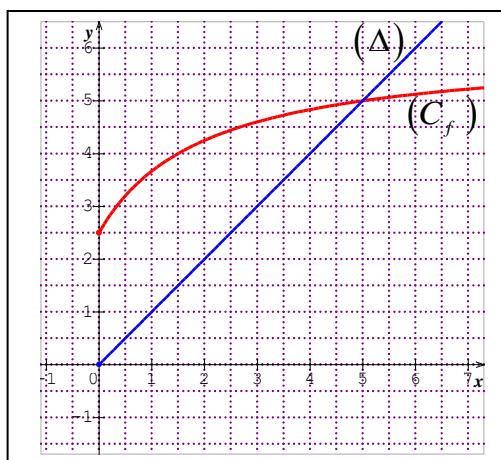
الاسم و اللقب.....
القسم.....

الاسم و اللقب.....
القسم.....



الوثيقة المرفقة
الاسم و اللقب.....
القسم.....

الوثيقة المرفقة
الاسم و اللقب.....
القسم.....



الوثيقة المرفقة
الاسم و اللقب.....
القسم.....

الوثيقة المرفقة
الاسم و اللقب.....
القسم.....

