متقن لغريسي عبد العالي .الجلفة. دورة ماي 2022

القسم : 3 علوم تجريبية المدة : 03 ساعة ونصف

## امتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

### على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التاليين

### الموضوع الأول:

#### التمرين الأول:

لتكن المتتالية $(U_n)$ المعرفة بـ : $U_0 = \frac{1}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_{n+1} = \frac{3U_n+2}{U_n+4}$

1) عين العددين الحقيقيين $a$ و $b$ حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_{n+1} = a + \frac{b}{U_n+4}$

2) أ) باستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ $-2 < U_n < 1$

ب) برهن أن المتتالية $(U_n)$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ .

جـ) هل المتتالية $(U_n)$ متقاربة ؟

3) لتكن المتتالية $(V_n)$ المعرفة كما يلي : $V_n = \frac{U_n+2}{1-U_n}$ من أجل كل عدد طبيعي $n$ .

أ) بين أن المتتالية $(V_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) اكتب $V_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج $U_n$ بدلالة $n$ .

جـ) احسب المجموع : $S_n = \frac{1}{V_0} + \frac{5}{V_1} + \frac{5^2}{V_2} + \cdots + \frac{5^n}{V_n}$

#### التمرين الثاني:

يحتوي وعاء على $n$ كرة بيضاء، 5 كرات حمراء و 3خضراء،نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد.

1) ما هو احتمال الحصول على كرتين بيضاوين ؟

2) نرمز بـ $P(n)$ إلى احتمال الحصول على كرتين من نفس اللّون .

أ) أثبت أنّ : $P(n) = \frac{n^2-n+26}{(n+7)(n+8)}$

ب) أحسب $\lim_{n\to\infty} P(n)$ ثمّ فسّر النتيجة .

3) نضع $n=4$ يقوم لاعب بسحب كرتين من الوعاء في آن واحد ثمّ يرجعهما و يسحب كرتين أخريين.لإجراء هذين السحبين يدفع اللّاعب مبلغا قدره30 دينارا و بعد كلّ سحب يتحصّل على 40 دينار إذا كانت الكرتان من نفس اللّون، وإلاّ يتحصّل على 5 دنانير فقط.

ليكن $X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ سحبين ربح هذا اللّاعب .

أ) عيّن قيم المتغيّر العشوائي $X$ .

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي $X$.

ج) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغيّر العشوائي $X$ .

## التمرين الثالث:

بين صحة أو خطأ كل من الجمل التالية مع التعليل:

1. الدالة $x \mapsto e^{-2x}$ هي حل المعادلة التفاضلية $y' = 2y$ .
2. $\ln(3e^{\pi}) = \pi + \ln 3$ .
3. المتراجحة $e^{1-2x} \succ e^{x+1}$ لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$ .
4. $\lim\limits_{x \to -\infty} \ln(e^{x} + 4) = 2\ln 2$

## التمرين الرابع:

I) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $]-1,+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 2x + Ln(x+1)$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أحسب $g(0)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]-1,+\infty[$ .

II) لتكن الدالة $f$ المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{Ln(x+1)}{x+1}$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) أحسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]-1,+\infty[$ يكون : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها.

جـ) استنتج أنه إذا كان $x \in [0,4]$ فإن $f(x) \in [0,4]$.

د) بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ ثم أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى $(\Delta)$.

3) أرسم كلا من المستقيم $(\Delta)$ و المنحنى $(C_f)$.

4) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta)$ والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = 1$ .

III) $(U_n)$ متتالية معرفة على المجموعة $\mathbb{N}$ بما يلي: $U_0 = 4$ و $U_{n+1} = f(U_n)$ من أجل كل عدد طبيعي $n$.

1) باستعمال المنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ مثل على حامل محور الفواصل كل من $U_0$ , $U_1$ , $U_2$ , $U_3$ .

2) استنتج اتجاه تغير المتتالية $(U_n)$ ثم استنتج أنها متقاربة



**الموضوع الثاني:**

## التمرين الأول:

يحتوي كيس على 12 كرة منها 3 بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 3 و أربعة حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 و خمس خضراء تحمل الأرقام: 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 3 .

نسحب في آن واحد كرتين من هذا الكيس .

1) نعتبر الحادثتين : $A$ : " سحب كرتين من نفس اللون " و $B$ : " سحب كرة خضراء على الأقل " .

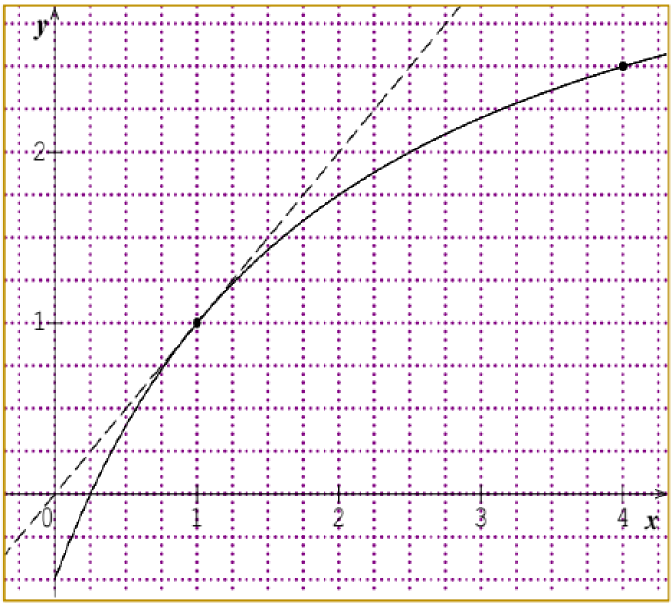
أ) أحسب احتمال الحوادث التالية : $A$ ، $B$ و $A \cap B$ .

ب) هل الحادثتين: $A$ و $B$ مستقلتان ؟ .

2) نعتبر المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل سحب كرتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما .

عرِّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $X$ و أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ .

## التمرين الثاني:




$f$ معرفة على $[0;4]$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{4x-1}{x+2}$ و $(C)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس، أنظر الشكل.

1. أستنتج اتجاه تغير $f$ ، وتحقق أن المنصف الأول يمس المنحنى $(C)$ في النقطة ذات الفاصلة 1 .

2. نعرف المتتالية $(u_n)$ بـ : $\begin{cases} u_0=4 \\ u_{n+1}=f(n), n\in\mathbb{N} \end{cases}$

أ‌- أنقر الشكل ومثل على محور الفواصل الحدود: $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$ للمتتالية $(u_n)$ (دون حسابها موضحا خطوط الانشاء ).

ب‌- أعط تخمينا فيما يخص اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ، وتخمينا حول تقاربها .

3. أ – برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1 \prec u_n \leq 4$

ب‌- أثبت أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة ، واستنتج أنها متقاربة .

4. نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=\dfrac{1}{u_n-1}$

أ‌- أثبت أن المتتالية $(v_n)$ حسابية يطلب تعيين أساسها ، وأحسب حدها الأول .

ب‌- أكتب بدلالة $n$ عبارة $v_n$ ، واستنتج عبارة $u_n$ بدلالة $n$ .

ت‌- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

ث‌- أثبت أن من أجل $n\in\mathbb{N}$ : $u_0v_0+u_1v_1+\dots\dots\dots+u_nv_n=\dfrac{n+1}{6}(8+n)$



## التمرين الثالث:

اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير في كل مما يلي:

| | الجواب – أ - | الجواب – ب - | الجواب – ج - |
|---|---|---|---|
| حلول المعادلة التفاضلية $2y'+y-3=0$ هي | $y=ce^{\frac{-x}{2}}-3$ | $y=ce^{\frac{-x}{2}}+2$ | $y=ce^{\frac{-x}{2}}+3$ |
| $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x+e)-1}{x}$ | $e$ | $e^{-1}$ | $2e$ |
| حلول المتراجحة $\ln(-2x+1)\prec 3$ هي | $S=\left]\frac{1-e^3}{2};\frac{1}{2}\right[$ | $S=\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ | $S=\left]-\infty;\frac{1-e^3}{2}\right[$ |
| إذا كان $f(x)=\ln(e^{2x}+1)$ فإن $(C_f)$ يقبل | مقارب عمودي معادلته $x=-1$ | مقارب أفقي معادلته $y=-1$ عند $-\infty$ | مقارب مائل معادلته $y=2x$ عند $+\infty$ |

## التمرين الرابع:

I) $g$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=e^{x-2}+1-x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ وشكل جدول تغيراتها.

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=x-1+\frac{x}{e^{x-2}}$

$(C_f)$ المنحنى الممثل لها في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (وحدة الطول $1\,cm$).

1) أ) احسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

ب) اثبت أن المستقيم $(d)$ ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$ .

جـ) ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(d)$.

2) اثبت أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ : $f'(x)=\frac{g(x)}{e^{x-2}}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها.

3) أ) بين أن المنحنى $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها $\alpha$ حيث $0{,}1<\alpha<0{,}2$

ب) اثبت أن المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف $I$ يطلب تعيين احداثياتها.

جـ) عين معادلة المماس $(T)$ الذي يوازي المستقيم $(d)$.

4) ارسم $(d)$ , $(T)$ و $(C_f)$.

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{x}{e^{x-2}}=m+1$

6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين $H$ دالة أصلية للدالة $h$ على $\mathbb{R}$ حيث : $h(x)=xe^{2-x}$ والتي تنعدم عند $x=-1$ .

ب) احسب $A$ مساحة الحيز المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(d)$ والمستقيمين $x=2$ و $x=0$ .