التمرين الأوّل: (05 نقط)

ليكن كثير الحدود $P(x)$ المعرف على $\mathbb{R}$ بـ: $P(x)=2x^3-11x^2-x+30$.

1) احسب $P(2)$، ثم حل المعادلة: $P(x)=0$.

2) استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلات والمتراجحات التالية:

أ) $2e^{3x}-11e^{2x}-e^{x}+30=0$.

ب) $-2\left(\ln\left(\frac{1}{x-1}\right)\right)^3-11\left(\ln(x-1)\right)^2+\ln\left(\frac{1}{x-1}\right)+30=0$.

ج) $\ln(2x+3)+\ln(x-2)\le\ln\left(\frac{30-x}{x-5}\right)$.

التمرين الثاني: (04 نقط)

نعتبر المعادلة التفاضلية: (E) ... $y'=y(1-y)$، من أجل $y\neq 0$ نضع: $z=\frac{1}{y}$

1) تحقق أنه من أجل $y\neq 0$: y حلّ للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كان: $z'=-z+1$.

2) حلّ المعادلة التفاضلية: $z'=-z+1$.

3) استنتج حلول (E) التي لا تنعدم على $\mathbb{R}$ ثمّ عّين الحلّ u للمعادلة (E) بحيث المنحنى $(\mathcal{C}_u)$ الممثل للدالة u يقطع حامل محور التراتيب في النقطة A التي ترتيبها $\frac{1}{2}$.

التمرين الثالث: (11 نقطة)

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x)=\left(1+\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}+1$.

1) أحسب النهايات عند حدود مجال تعريف الدالة g.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$ فإن: $g(x)>0$.

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{2x}{1+e^{\frac{1}{x}}} & ;x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$.

$(\mathcal{C}_f)$ المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، بحيث $\|\vec{i}\|=4\ cm$

1) أدرس استمرارية الدالة f عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

2) أ) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) أكتب معادلتي المماسين (T_1) و (T_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

3) أ) أثبت أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$ فإن: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$.

4) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

5) بين أن $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\left[f\left(x\right)-x\right]=-\dfrac{1}{2}$ (ضع $t=\dfrac{1}{x}$)، ثم استنتج وجود مستقيم مقارب مائل $\left(\Delta\right)$ للمنحنى $\left(\mathcal{C}_f\right)$.

6) أرسم $\left(\Delta\right)$، $\left(T_1\right)$، $\left(T_2\right)$ والمنحنى $\left(\mathcal{C}_f\right)$.

7) $\left(\Delta_m\right)$ مستقيم معادلته $y=mx-\dfrac{1}{2}$ (m وسيط حقيقي)

أ) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ فإن $\left(\Delta_m\right)$ يشمل نقطة ثابتة.

ب) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f\left(x\right)=mx-\dfrac{1}{2}$.

بالتوفيق