الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

ثانوية عليان عمر قنزات

امتحان بكالوريا تجريبي تعليم ثانوي

دورة : 2022

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات

المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

يحتوي صندوق على 5 كرات بيضات مرقمة بـ 1 ، 1 ، 1 ، 0، 1− و 5 كرات سوداء مرقمة بـــ 1 ، 1 ، 0 ، 0 ، 1− (لا نميز بينهم باللمس) نسحب عشوائيا في ان واحد 3 كرات من الصندوق .

I) نعتبر الأحداث التالية :

A: " الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط" B: " الحصول على كرة بيضاء على الأقل "

C : " الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون " D : " الحصول على اللونين الأسود و الأبيض"

F: " مجموع أرقام الكرات الثلاثة المسحوبة يساوي 0"

1) أحسب احتمال الاحداث A , B و C .

2) بين أن : $P(D) = \frac{5}{6}$ ، $P(F) = \frac{31}{120}$ ، $P(C \cap F) = \frac{7}{120}$.

3) إذا كان مجموع أرقام الكرات الثلاثة المسحوبة يساوي صفر . ماهو احتمال أن تكون الكرات من نفس اللون ؟

II) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكرات الثلاثة المسحوبة .

1) عين قيم المتغير العشوائي X .

2) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X . ثم أحسب أمله الرياضياتي .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \dfrac{4u_n}{u_n + 2}$

1) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \le u_n < 2$.

2) أدرس رتابة المتتالية (u_n) . هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 1 - \dfrac{2}{u_n}$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول ثمّ عبر عن v_n بدلالة n.

ب) إستنتج عبارة u_n بدلالة n ثمّ أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

ج) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \cdots + \frac{1}{u_n}$ ، أحسب S_n بدلالة n .

4) أ) بيّن أنّ : $|u_{n+1} - 2| \le \dfrac{2}{3}|u_n - 2|$ من أجل كل عدد طبيعي n .

ب)برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $|u_n - 2| \le \left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ ثمّ إستنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- نعتبر المعادلة التفاضلية التالية : $y - y' = (2x-3)e^{-x}$ .... (E)

1) عين العددين الحقيقين a و b حيث $g(x) = (a\,x + b)e^{-x}$ حل للمعادلة التفاضلية (E)

2) لتكن $a = 1$ و $b = -1$:

أ) بين ان $f(x) = h(x) + g(x)$ حل للمعادلة التفاضلية (E) اذا كانت $h(x)$ حل للمعادلة التفاضلية $y - y' = 0$

ب) عين حلول المعادلة التفاضلية $y - y' = 0$

ت) استنتج حلول المعادلة التفاضلية (E)

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = 2 + (x-2)e^{-x+2}$.

1) ادرس تغيرات الدالة g .

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث ، $1.14 < \alpha < 1.15$.

3) إستنتج إشارة $g(x)$ عندما يتغير x في ¡ .

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة ¡ بما يلي : $f(x) = 2x - 1 - (x-1)e^{-x+2}$.

نسمي $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بيّن أن : من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$ ثمّ شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) بيّن أنّ : $f(\alpha) = 2\alpha + 1 + \dfrac{2}{\alpha - 2}$ ثمّ إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $+\infty$ ثمّ أدرس الوضع النسبي للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (Δ).

ت) بيّن أن ّالمنحني $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة ديكارتية له.

ث) أحسب $f(0)$ و $f(2)$ ثمّ أنشئ (Δ)، (T) و $(\mathcal{C}_f)$.

4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$$(E): 2m - 1 - (x-1)e^{-x+2} = 0$$

III. لتكن H الدالة العددية المعرفة على ¡ بما يلي : $H(x) = (ax+b)e^{-x+2}$ حيث a و b عددان حقيقيان

أ) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدالة H دالة أصلية للدالة h المعرفة بـ : $h(x) = (x-1)e^{-x+2}$ على $\mathbb{R}$.

ب) ليكن λ عددا حقيقيا حيث ، $\lambda > 1$ و $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $(\mathcal{C}_f)$ والمستقيم (Δ) والمستقيمين الذين معادلتيهما : $x = 1$ و $x = \lambda$.

أحسب المساحة $A(\lambda)$ بدلالة λ ثمّ أحسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

U_1 و U_2 صندوقان متماثلان، الصندوق U_1 يحوي كريتين تحملان الرقمين 1 و 2 والصندوق U_2 يحوي أربع كريات تحمل الأرقام $4,3,2,1$. جميع الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس.

I. نختار عشوائيا صندوق ، ثم نسحب منه كرية بطريقة عشوائية.

1) ما هو احتمال الحصول على كرية تحمل الرقم 1.
2) إذا كانت الكرية المسحوبة تحمل الرقم 1،ما احتمال ان تكون قد سحبت من الصندوق U_1.

II. نجعل محتوى الصندوقين في صندوق واحد ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين.

1) ما هو احتمال سحب كريتين تحملان نفس الرقم
2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع رقمي الكريتين المسحوبتين.

أ) ماهي قيم المتغير العشوائي X

ب) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X

ج) احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ و التباين والانحراف المعياري

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة ذات المجهول Z : $(Z-2i)(Z^2-2\sqrt{3}Z+4)=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.نعتبر النقط A ، B ، C و D ذات اللاحقات $Z_A=\sqrt{3}-i$ ؛ $Z_B=\sqrt{3}+i$ ؛ $Z_C=2i$ و $Z_D=-\sqrt{3}-i$ على الترتيب .

أ) أكتب على الشكل الاسي كل من Z_A , Z_B , Z_C و Z_D

ب) علم النقط A ، B ، C و D .

ت) اكتب العدد $\dfrac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي . استنتج طبيعة المثلث ABC .

ث) عين ( ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z في كل حالة من الحالات التالية :

- $|z-2i|=|z+\sqrt{3}+i|$
- $\dfrac{z-z_A}{z-z_D}=ke^{\frac{\pi}{2}}$ و $k\epsilon R^+$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

I. لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=0$ وبعلاقة التراجع الآتية : $u_{n+1}=\dfrac{u_n-1}{u_n+3}$ من اجل كل عدد طبيعي n

2) احسب u_1 ،u_2 ثم بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=1-\dfrac{4}{u_n+3}$
3) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $-1<u_n\leq 0$.
4) حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة.

II. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: $v_n = \frac{1}{u_n+1}$

أ) اثبت أن (v_n) متتالية حسابية، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n ثم احسب $\lim u_n$

ج) احسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_0.v_0 + u_1.v_1 + ... + u_n.v_n$

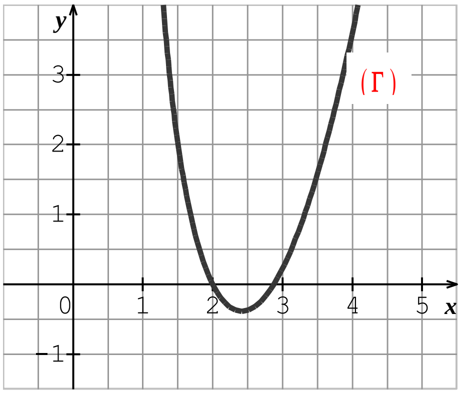
التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1,+\infty[$ حيث : $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$ (حيث $\ln$: اللوغاريتم النيبيري) (Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل .

1) بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) ؛ عيّن عدد حلول المعادلة : $g(x) = 0$.

2) أحسب $g(2)$ ؛ ثم بين أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث : $2,87 < \alpha < 2,88$.

3) إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1,+\infty[$.



II) لتكن الدالة f المعرفة على $]1,+\infty[$ حيث : $f(x) = x - 3 + \frac{4\ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$ ؛ وفسر النتيجة بيانيًا ؛ ثم أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $]1,+\infty[$ لدينا : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$.

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ : $f(\alpha) = 3,9$)

5) لتكن الدالة h المعرفة على $]1,+\infty[$ كما يلي : $h(x) = [\ln(x-1)]^2$:

أ) أحسب $h'(x)$ ؛ ثم إستنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1,+\infty[$.

ب) أحسب التكامل $\int_2^5 f(x)\,dx$ ؛ ثم فسر النتيجة بيانيًا .

انتهى الموضوع الثاني