الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية (دورة ماي 2022)

مديرية التربية لولاية البليدة الشعبة : تقني رياضي

امتحان البكالوريا التجريبي لثانويات مدينة مفتاح المـدة : 4ساعات و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

جلال دومان رياضيات ثانوية الكفيف احمد مفتاح

الموضوع الاول :

التمرين الأول :4 ن

(u_n) متتالية معرفة على N بـ: $u_0 = \frac{3}{2}$ ومن أجل كل n من N : $u_{n+1} = \frac{6u_n - 2}{u_n + 3}$

1) أ ـ بين أنه من أجل كل n من N : $u_{n+1} = 6 - \frac{20}{u_n + 3}$

ب ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من N : $\frac{3}{2} \le u_n \le 2$

ج ـ بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

2) أ ـ بين أنه من أجل كل n من N : $0 \le 2 - u_{n+1} \le \frac{8}{9}(2 - u_n)$

ب ـ استنتج أنهمن أجل كل n من N : $0 \le 2 - u_n \le \frac{1}{2} \times \left(\frac{8}{9}\right)^n$ ثم استنتج $\lim_{n \to +\infty} u_n$.

التمرين الثاني :4 ن

1) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $11x - 5y = 2$

أ*/ أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن $y \equiv 4[11]$.

ب*/ استنتج حلول المعادلة (E).

2) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم ، نضـع : $a = 5n + 2$ و $b = 11n + 4$.

أ*/ عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

ب*/عين قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بحيث يكون: $PGCD(a;b) = 2$.

ج*/ استنتج قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بحيث يكون العددان a و b أوليان فيما بينهما.

3) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع : $A = 5n^2 + 7n + 2$ و $B = 11n^2 + 15n + 4$.

أ*/ بين أن العدد $(n+1)$ يقسم كل من العددين A و B .

ب*/استنتج حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B .

التمرين الثالث : 4ن

اجب بصحيح ام خاطئ مع التبرير

1- المعادلة ذات المجهول x تقبل حلين في IR هما e و 1

$2(\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$

2- f دالة معرفة على $\{0\ ;1\}$−IR بـ $f(x) = (x-1)\ln(\left|\frac{x-1}{x}\right|) - \ln(|x|)$

من اجل $x \in IR - \{0\ ;1\}$: $f(1-x) = f(x)$

3- نعتبر المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x $(2\,e^{x} - 2e)(e^{1-x} - 1) > 0$

مجموعة حلول المتراجحة هي : $[1;e]$

4- حل المعادلة التفاضلية : 3ج (1) $2y + 4y' = 8y$ هو : $f(x) = e^{2x+2}$

التمرين الرابع: 8 ن

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - e + \ln\left(1 + 2e^{-2(x-e)}\right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

1) أ*/ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + e + \ln\left(2 + e^{2(x-e)}\right)$

ب */ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ج*/ أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ*/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D) و (D') معادلتاهما:

$y = x - e$ و $y = -x + \ln 2 + e$ عند $+\infty$ وعند $-\infty$ على الترتيب.

ب*/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين (D) و (D') .

ج*/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = \frac{1}{2}\ln 2 + e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f).

3) أرسم (Δ)، (D) ، (D') و (C_f)

4) ليكن (D_m) المستقيم الذي معادلته : $y = mx - m\left(e + \frac{\ln 2}{2}\right) + \frac{\ln 2}{2}$ حيث m وسيط حقيقي.

أ*/ بين أن جميع المستقيمات (D_m) تشمل النقطة الثابتة $A\left(\frac{\ln 2}{2} + e\ ;\ \frac{\ln 2}{2}\right)$.

ب*/ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المستقيم (D_m) و المنحنى (C_f) .

5) نضع: $I = \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} \left[f(x) - (x-e)\right]dx$ ، $I_n = \int_0^1 \ln\left(1 + X^n\right)dX$ ، n عدد طبيعي غير معدوم

أ*/ فسر هندسيا العدد I واحسب العدد I_1 .

ب*/ بين أن: $0 \le I_n \le \ln 2$

ج*/ عين اتجاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

الموضوع الثاني :

التمرين الأول:4ن (u_n) و (v_n) متتاليتان عدديتان معرفتان من أجل كل عدد طبيعي n : بـــ $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n - 1 \end{cases}$ و

$$\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = 2v_n + 3 \end{cases}$$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n = 2^{n+1} + 1$ هل العددان u_n و u_{n+1} أوليان فيما بينهما ؟

2) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 5

ثم أستنتج باقي القسمة الأقليدية للعدد 2017^{1438} على 5

3) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n فإن $2u_n - v_n = 5$ ثم أستنتج عبارة v_n بدلالة.

4) عين القيم الممكنة للعدد الطبيعي $PGCD(u_n ; v_n)$

ثم أستنتج قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $PGCD(u_n ; v_n) = 5$

التمرين الثاني : 4ن لتكن (u_n) متتالية معرفة بـ $u_0 = \frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{u_n + 4}$.

1) عين العددين الحقيقيين a ، b حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 4}$.ثم برهن بالتراجع بين أنه

من أجل كل عدد طبيعي n : $-2 < u_n < 1$.

2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ؛ ثم استنتج أن (u_n) متقاربة

3) لتكن المتتالية (v_n)المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = \frac{u_n + 2}{1 - u_n}$.

بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . أكتب v_n و u_nبدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$

4) ثم أحسب المجموع : $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{5}{v_1} + \frac{5^2}{v_2} + ... + \frac{5^n}{v_n}$

التمرين الثالث :4ن

لكل سؤال أجوبة مقترحة أحدها– فقط – صحيح، يطلب تحديده مع التبرير.

1 – في مجموعة الأعداد الصحيحة، المعادلة: $x^2 + x + 3 \equiv 0\ [5]$.

(أ) لا تقبل حلولا (ب) حلولها زوجية. (جـ)حلولها تحقق $x \equiv 2\ [6]$ (د) حلولها تحقق $x \equiv 1[5]$ أو $x \equiv 3[5]$.

2 –نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة التالية : $24x + 34y = 2$ ...(1) .

(أ) حلول المعادلة (1) من الشكل : $(x;y)=(17k-7 ; 5-12k)$.

(ب) حلول المعادلة (1) من الشكل : $(x;y)=(-7k ; 5k)$.

(جـ)حلول المعادلة (1) من الشكل : $(x;y)=(34k-7 ; 5-24k)$.

(د) المعادلة (1) لا تقبل حلولا .

3− N عدد طبيعي يكتب : $\overline{421}$ في النظام ذي الأساس 5 .

العدد N يكتب في النظام ذي الأساس 6 بالشكل : (أ) $\overline{421}$ (ب) $\overline{111}$ (جـ) $\overline{303}$ (د) $\overline{222}$.

4 − نعتبر متتالية لتكاملا التالية $I_n=\int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x}dx$ حيث $n\in\mathbb{N}$

ا) $I_0=\left[\ln(1+e^x)\right]_0^1$ ب) $I_1=\left(\frac{1+e}{2}\right)$ ج) من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$: $I_{n+1}+I_n=\frac{1}{n}(e^n-1)$

التمرين الرابع :8ن

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل : $g(x)=1+x+e^x$

1 / ادرس تغيرات الدالة g

2 / برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α. تحقق أن α من المجال $]-1.3;-1.2[$.

3 / حدد تبعا لقيم x إشارة $g(x)$ ، ثم استنتج إشارة $g(-x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\frac{xe^x}{1+e^x}$ نسمي (Γ) المنحنى البياني لها .

1 / أ . أكتب $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ ثم ادرس تغيرات الدالة f .

ب . برهن أن $f(\alpha)=1+\alpha$ . .

جـ . برهن أن المنحنى (Γ) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته : $y=x$.

د . اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (Γ) عند النقطة O مبدأ المعلم ، ثم ادرس وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة للمماس (T)

هـ . ارسم في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ المنحنى (Γ) و (Δ) (تؤخذ $2cm$ كوحدة).

2 / H نقطة فاصلتها x (حيث $x\succ 0$) وترتيبها معدوم ،المستقيم الموازي للمحور (yy') والمار من H يقطع (Γ) في النقطة M ويقطع المقارب (Δ) في النقطة N ، نضع $\varphi(x)=MN$.

أ . بين أن $\varphi(x)=\frac{x}{1+e^x}$.

ب . برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $\varphi'(x)=\frac{e^x}{\left(1+e^x\right)^2}\cdot g(-x)$.

واستنتج أن MN يكون أكبر ما يمكن عندما $x=-\alpha$.

جـ . برهن أن $f(-\alpha)=1$.

د. برهن أن المماس للمنحنى (Γ) عند النقطة A ذات الفاصلة $(-\alpha)$ يوازي المستقيم (Δ) .اكتب معادلته ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

3 / ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التالية: $me^x+m+x=0$.

4 / أ . برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x\geq 1$ لدينا : $\frac{e^x}{1+e^x}\leq f(x)\leq x$.

ب . استنتج باستعمال المتباينة السابقة حصرا لمساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (Γ) والمستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=1$ و $x=-\alpha$.

لو كنت تملك الرغبة في النجاح فقد قطعت نصف الطريق نحو النجاح ولو كنت لا تملك الرغبة فقد قطعت نصف الطريق نحو الفشل

بالتوفيق في بكالوريا 2022