



على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير:

(1) لتكن (u_n) متتالية هندسية حيث $u_1 = 2$ وأساسها $\frac{1}{2}$. نعتبر الجداء: $P_n = u_1 \times u_2 \times \dots \times u_{n+1}$

$$P_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n^2-1} \quad (\text{أ}) \quad P_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{(n+1)(n-2)}{2}} \quad (\text{ب}) \quad P_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n^2+1}{2}} \quad (\text{ج})$$

(2) حلول المعادلة ذات المجهول x التالية $-2 \times e^{2x} + 2 \times e^x + 4 = 0$ هي:

$$S = \emptyset \quad (\text{أ}) \quad S = \{-1; 2\} \quad (\text{ب}) \quad S = \{\ln 2\} \quad (\text{ج})$$

$$\int_1^e \frac{1}{x} \times \ln(x) dx = 1 \quad (\text{أ}) \quad \int_1^e \frac{1}{x} \times \ln(x) dx = \frac{e}{2} \quad (\text{ب}) \quad \int_1^e \frac{1}{x} \times \ln(x) dx = \frac{1}{2} \quad (\text{ج})$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{x} = 0 \quad (\text{أ}) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{x} = 2 \quad (\text{ب}) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{x} = -\infty \quad (\text{ج})$$

التمرين الثاني: (4.5 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة والمتزايدة تماما على $[0; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{6x-1}{4x+2}$

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{1}{2} < u_n \leq 2$

(2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم برر تقاربها.

(3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على N كما يلي: $v_n = \frac{6}{2u_n - 1}$

أ. اثبت أن (v_n) متتالية حسابية أساسها 3.

ب. أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{3}{3n+2} + \frac{1}{2}$

ج. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث، $S_n = u_0 v_0 + u_1 v_1 + u_2 v_2 + \dots + u_n v_n$

التمرين الثالث: (4 نقاط)

يحتوي صندوق على ثلاث كريات بيضاء مرقمة من 1 إلى 3 ، و خمس كريات سوداء مرقمة من 1 إلى 5 لانفرق بينها عند اللمس. نسحب كرتين على التوالي و بدون إعادة الكرة المسحوبة إلى الصندوق.

(1) نعتبر الحوادث التالية: "A سحب كرتين من نفس اللون "

" B سحب كرتين تحملان نفس الرقم " ، " C سحب كرتين مجموع رقميهما يساوي 7 "

أ - بين أن $p(A) = \frac{13}{28}$ ثم احسب: $p(B)$ و $p(C)$.

ب - ما احتمال سحب كرتين تحملان نفس الرقم علما أنهما من نفس اللون؟

(2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الأرقام الزوجية المسحوبة.

أ - عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

ب - احسب $E(X)$ ثم $v(X)$.

التمرين الرابع: (7.5 نقاط)

(I) g دالة معرفة على R بـ: $g(x) = 4xe^{2x} + 1$

(1) احسب نهايات الدالة g .

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال R ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) استنتج أنه من أجل كل x من R : $g(x) > 0$

(II) لتكن الدالة f المعرفة على R بـ: $f(x) = x + 1 + (2x - 1)e^{2x}$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ - بين أن المستقيم (Δ) ذو معادلة $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب - ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(3) بين أنه من أجل كل x من R : $f'(x) = g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f .

(4) أ - بين أن المنحنى (C_f) يشمل النقطة $\omega \left(\frac{-1}{2}; \frac{e-4}{2e} \right)$

ب - تحقق أن النقطة ω هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .

(5) احسب $f(0)$ ثم انشئ (Δ) و المنحنى (C_f) .

(6) أ - باستعمال الكاملة بالتجزئة احسب العدد: $I = \int_0^{\frac{1}{2}} (2x - 1)e^{2x} dx$

ب - احسب التكامل $J = 2 \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx$. ماذا تمثل النتيجة المحصل عليها بالنسبة للدالة f .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط) اقترح تمرين حول السحب من صندوقين

التمرين الثاني: (4 نقاط)

اختر الإجابة الصحيحة الوحيدة من بين الإجابات المقترحة في كل حالة:

(1

التمرين الثالث: (4 نقاط)

(1) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

- ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

(2) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 2$ ومن أجل كل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} = f(u_n)$

أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من \mathbb{N} : $u_n \geq 1$

ب - بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج تقاربها.

(3) نضع من أجل كل n من \mathbb{N} : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

أ - بين أنه من أجل كل n من \mathbb{N} : $v_{n+1} = (v_n)^2$

ب - اثبت أنه من أجل كل n من \mathbb{N} : $0 \leq v_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$.

التمرين الرابع: (8 نقاط)