الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية باتنة

امتحان البكالوريا التجريبي — دورة: ماي 2022

شعبة: التقني رياضي — ثانوية عياش مقلاتي الحاسي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضـــــــــوع الأول

التمرين الأول: 04 نقاط

نعتبر المتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 1; u_1 = 3 \\ u_{n+2} = \alpha u_{n+1} - (\alpha - 1)u_n \end{cases}$ بحيث $\alpha \in \mathbb{R} - \{0;1\}$ و $v_n = u_{n+1} - u_n$.

I. نأخذ $\alpha = 2$.

1. بين أن المتتالية (v_n) ثابتة.
2. استنتج أن (u_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

II. نأخذ $\alpha = \frac{3}{2}$.

1. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب حساب حدها الأول.
2. اكتب v_n بدلالة n، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).
3. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n = 5 - \frac{1}{2^{n-2}}$، ثم احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.
4. احسب بدلالة n المجموع S_n بحيث: $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

التمرين الثاني: 04 نقاط

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1. العددان الطبيعيان a_n و b_n بحيث: $a_n = 3^{n+1} - 1$ و $b_n = 3^n$ أوليان فيما بينهما.
2. أساس التعداد الذي يكون فيه: $\overline{2003} = \overline{21} \times \overline{43}$ هو العدد الطبيعي 8.
3. تكون المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = \dfrac{2}{\sqrt{4 - u_n^2}} \end{cases}$ بحيث $\alpha \in [0;2[$ ثابتة من أجل $\alpha = \sqrt{2}$.
4. التمثيل البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس للدالة $x \mapsto \ln x$ يقبل مماسا وحيدا يمر من مبدأ المعلم.

التمرين الثالث: 05 نقاط

I. 1. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي m بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^m على العدد 13.

2. بين أن العدد $2019^{1443} - 3^{2022} + 2\times 1990^{1962}$ مضاعف للعدد 13.

3. عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $2^{12m+2} + 2m + 1 \equiv 0[13]$.

II. نعتبر الأعداد الطبيعية a ، b و d بحيث $a = 4n + 3$ ، $b = 7n + 2$ و $d = PGCD(a;b)$.

1. بين أن $d = 1$ أو $d = 13$ ثم أثبت أنه إذا كان $d = 13$ فإن: $n \equiv 9[13]$.
2. عين قيمة d من أجل $n = 2019^{1954}$.
3. ليكن العددان الطبيعيان: $A = 4n^2 + 7n + 3$ و $B = 7n^2 + 9n + 2$.
   أ) بين أن العددين A و B يقبلان القسمة على $n + 1$.
   ب) جد بدلالة n وحسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B.

التمرين الرابع: 07 نقاط

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x) = (x^2 + x - 1)e^{x+1} + 1$.

1. ادرس تغيرات الدالة g.
2. أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما العدد -1 والآخر α بحيث $0,5 < \alpha < 0,52$.
   ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x^2 - x)e^{x+1} + x - 1$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) تحقق أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = (x-1)(exe^x + 1)$، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
   ب) بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
   ج) أثبت أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثيتيهما.
2. اكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.
3. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$ ، ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).
4. أ) احسب $f(1)$ ثم أنشئ كلا من (Δ)، (T) و ارسم (C_f). يعطى $f(\alpha) \approx -1,62$
   ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = mx - 1$ ثلاث حلول متمايزة.
5. أ) بين أن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + (x^2 - 3x + 3)e^{x+1}$ دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.
   ب) احسب A مساحة الحيز المحدد بـ: (C_f) وحامل محور الفواصل بين العددين -1 و 1.

انتهـــــــــــى الموضوع الأول

الموضــــوع الثانــــي

التمرين الأول: 04 نقاط

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$: $5x-3y=14$ بحيث x و y عددان صحيحان.

1. جد الحل $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) والذي يحقق $y_0=2x_0$، ثم حل المعادلة (E).
2. بين أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن x و y أوليان فيما بينهما.
3. استنتج قيم العدد الصحيح λ التي تحقق: $\begin{cases}\lambda\equiv 17[3]\\ \lambda\equiv 3[5]\end{cases}$، ثم عين باقي قسمة العدد λ على 15.
4. عين جميع الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) بحيث: $|2x-y|\le 1$
5. ليكن N عددا طبيعيا يكتب $2\alpha 1\beta$ في النظام ذي الأساس 10 بحيث α و β عددان طبيعيان.
   - ✓ جد الثنائيات $(\alpha;\beta)$ التي من أجلها يكون العدد N قابلا للقسمة على 3 و 5.

التمرين الثاني: 05 نقاط

الجزء الأول: في الوثيقة المرفقة (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $I=[0;2]$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+2}$ و (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y=x$، باستعمال الوثيقة المرفقة أجب على السؤالين التاليين:

1. حدد اتجاه تغير الدالة f على المجال I.
2. حدد الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

الجزء الثاني: نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases}u_0=0\\ u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$ و $\begin{cases}v_0=2\\ v_{n+1}=f(v_n)\end{cases}$.

1. باستعمال الوثيقة المرفقة مثل على حامل محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى لكل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.
2. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $0\le u_n<1$ و $1<v_n\le 2$.
   ب) استنتج اتجاه تغير كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n).
3. أ) بين أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $v_{n+1}-u_{n+1}=\dfrac{3(v_n-u_n)}{(v_n+2)(u_n+2)}$.
   ب) أثبت أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $0<v_{n+1}-u_{n+1}\le\dfrac{3}{4}(v_n-u_n)$.
   ج) بين أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $0<v_n-u_n\le\left(\dfrac{3}{4}\right)^n(v_0-u_0)$، ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n-u_n)$.
   د) استنتج أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان، ثم احسب نهاية كل من (u_n) و (v_n).

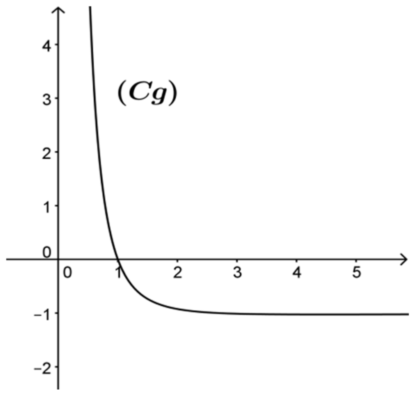
التمرين الثالث:04 نقاط

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على المجال $D=[0;\ln 2]$ بـ: $f(x)=\dfrac{e^{2x}}{e^x+1}$، $g(x)=\dfrac{1}{e^x+1}$، وليكن (C_f) و (C_g) تمثيليهما البيانيين على الترتيب في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

نضع $I=\int_0^{\ln 2} f(x)dx$ و $J=\int_0^{\ln 2} g(x)dx$.

1. بين أنه من أجل $x\in D$: $\dfrac{1}{3}\le g(x)\le \dfrac{1}{2}$، ثم أعط حصرا للتكامل J.
2. أثبت أن $I-J=\int_0^{\ln 2}(e^x-1)dx$، ثم استنتج مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) و (C_g) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=\ln 2$ و $x=0$.
3. أ) تحقق أنه من أجل $x\in D$: $f(x)=e^x-\dfrac{e^x}{e^x+1}$، ثم احسب التكامل I.
   ب) استنتج قيمة التكامل J، ثم فسر النتيجة هندسيا.

التمرين الرابع: 07 نقاط



I. الدالة g معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}-1$، و (C_g) تمثيلها البياني كما هو موضح في الشكل المقابل.
   - ✓ بقراءة بيانية حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. الدالة f معرفة على المجال $]-\infty;2[$ بـ: $f(x)=1-x-\dfrac{\ln(2-x)}{2-x}$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بين أن $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$، ثم احسب $\lim_{\substack{x\to 2\\ <}} f(x)$.
2. أ) بين أنه من أجل $x\in]-\infty;2[$: $f'(x)=g(2-x)$.
   ب) استنتج أن الدالة f متزايدة على المجال $[1;2[$ ومتناقصة على المجال $]-\infty;1]$ ثم شكل جدول تغيراتها.
3. عين دون حساب $\lim_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
4. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=1-x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$، ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).
   ب) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) يطلب كتابة معادلة له.
5. أ) احسب $f(0)$، ثم أنشئ (Δ) و ارسم (C_f).
   ب) احسب A مساحة الحيز المحدد بـ (C_f)، (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=2-e$ و $x=1$.

انتهـــــــــــى الموضــــــوع الثاني

الوثيقة المرفقة

اللقب:	الاسم: