الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية الوطنية
ثانوية أحمد توفيق المدني - ورقلة
المستوى: 3تق $_{1+2}$

الموسم الدراسي: $2020 - 2021$
يعاد يوم $2021/02/07$

واجب منزلي في مادة: الرياضيات

التمرين الأول:

u_n : متتالية عددية معرفة بـ $u_0 = \alpha$ بحيث α عدد حقيقي ومن أجل كل عدد طبيعي n: $3u_{n+1} = 2(u_n - 1)$

-1 عين العدد الحقيقي α بحيث تكون u_n ثابتة.

-2 نفرض في كل ما يلي $\alpha = -1$:
أ- احسب u_1, u_2.
ب- برهن من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n > -2$.
ج- ادرس اتجاه تغير المتتالية u_n.
د- استنتج أن u_n متقاربة ؟ علل

-3 نضع u_n متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n + 2$
أ- اثبت أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
ب- اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج أن $u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n - 2$
ج- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

التمرين الثاني :

u_n المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$$\begin{cases} u_o = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \dfrac{1}{u_n} \end{cases}$$

-1 أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n \geq 1$
ب- ادرس اشارة $u_n - u_{n+1}$ و استنتج اتجاه تغير المتتالية u_n

-2 نضع من أجل كل عدد طبيعي n:
$$v_n = 3 + \frac{1}{-1 + u_n}$$
أ- بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
ب- عبر عن v_n و u_n بدلالة n. ثم احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$
ج- نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$
د- عبر عن S_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$

التمرين الثالث :

اجتاح وباء كورونا الجزائر سنة 2020 حيث بلغ عدد الاصابات اليومية في 1 جوان من هذه السنة 200 مصاب، يزيد عدد المصابين بهذا الوباء يوميا 10% من اصابات اليوم الفارط و يحصد ارواح 11 شخص من المصابين الجدد يوميا. نرمز بـ u_n لعدد المصابين في اليوم n من شهر جوان أي $u_n = 200$.(تقرب النتائج في كل التمرين إلى الوحدة).

-1 أ- عين عدد المصابين في اليوم الثاني و الثالث من شهر جوان
ب- بين أن المتتالية u_n ليست حسابية ولا هندسية.

-2 بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_{n+1} = \frac{11}{10}u_n - 11$

-3 نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n - 110$
أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها، وحدها الأول.
ب- اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.
ج- عين عدد المصابين يوم 30 جوان.

د- احسب نهاية المتتالية u_n

4- نضع من اجل كل عدد طبيعي n: $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$
أ- احسب S_n بدلالة n.
ب- استنتج عدد المصابين في شهر جوان.

التمرين الرابع :

u_n متتالية عددية المعرفة ب: $u_0 = 3$ و من اجل كل من اجل كل عدد طبيعي n:
$u_{n+1} = (\frac{2a+1}{3})u_n - \frac{2a+4}{3}$، حيث a وسيط حقيقي.

1- عين قيمة a التي من أجلها تكون المتتالية u_n ثابتة.

2- نفرض $a \neq \frac{5}{2}$ ، عين قيمة a حتى تكون المتتالية u_n حسابية، ثم احسب عندئذ u_n ومجموع n حدا الاولى من المتتالية.

3- عين قيمة a حتى تكون المتتالية u_n هندسية. ثم عين في هذه الحالة كلا من u_{50} ومجموع 50 حدا الاولى منها .

4- نفرض أن $a = 4$. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n = 3^n + 6$
ثم بين أن: $u_0 + u_1 + ... + u_n = \frac{1}{2}(3^{n+1} + 4n + 3)$

التمرين الخامس :

u_n متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي:

$$\begin{cases} u_o + u_1 + u_2 = 9 \\ u_1 + u_3 = 2 \end{cases}$$

1- احسب الحدود u_3, u_2, u_1, u_0 و الأساس r للمتتالية (u_n) . ثم استنتج اتجاه تغيرها.

2- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 5 - 2n$.

3- عين العدد الطبيعي n بحيث: $u_n = -2021$

4- احسب المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + ... + u_{1013}$

التمرين السادس :

ابتداءا من شهر جانفي من سنة 1991 قرر رجل أن يضع مبلغ مالي قدره 15000 دينار في كل سنة في مشروع حيث هذا المشروع يعطيه فائدة قدرها 5% في كل سنة . ليكن u_n هو المبلغ المالي الذي يملكه الرجل سنة: $1991 + n$

1- أ- احسب u_2, u_1.
ب- هل المتتالية (u_n) حسابية ام هندسية.
ج- عبر عن u_{n+1} بدلالة u_n

2- نفرض أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n + 300000$
أ- أثبت ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول.
ب- اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n. ثم استنتج u_n بدلالة n.
ج- يريد هذا الرجل الدخول في مشروع جديد سنة 2010 بما لديه من مال من المشروع الأول حيث يكلف هذا المشروع 500000دينار هل يمكن له ذلك ؟ برر بالحساب

التمرين السابع :

في أول يناير من سنة 2005 بلغ عدد سكان المدينة 100000 نسمة .كل سنة يتزايد عدد السكان 5% اخ بعين الاعتبار المواليد الجدد و الموتى .هناك 4000 مهاجر يمكنهم الاقامة كل سنة في هذه المدينة.
من أجل كل عدد طبيعي n نسمي u_n عدد السكان في 1 يناير سنة: $2005 + n$

1- أ- احسب u_2, u_1, u_0
هل المتتالية u_n حسابية ؟ هندسية ؟ برر اجابتك
ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = 1.05u_n + 4000$

2- من أجل كل عدد طبيعي n نضع $v_n = u_n + 80000$
أ- أثبت ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول.
ب- اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n. ثم استنتج من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 180000 * 1.05^n - 80000$
ج- احسب نهاية المتتالية (u_n)