المستوى: الثالثة علوم تجريبية	في مادة الرياضيات	المدة: 03 ساعات
ثانوية عمر سعيد	اختبار الثلاثي الثاني	الاثنين 02 مارس 2020م

التمرين الأول: (03 نقاط)

نعتبر المتتالية الهندسية (u_n) الموجبة تماما و المعرفة على $\mathbb{N}^*$ حيث: $\begin{cases} \ln(u_3)-\ln(u_4)=-1 \\ \ln(u_3)+\ln(u_4)=5 \end{cases}$.

1) عين q أساس المتتالية (u_n) و حدها الأول.

2) استنتج أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$: $u_n=e^{n-1}$؛ ثم احسب بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n=u_1\times u_2\times ...\times u_{n+1}$.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $v_n=\ln(u_{n+1})-2\ln(u_n)$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) احسب S_n حيث: $S_n=v_1+v_2+...+v_n$؛ ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $\ln(S_n)=0$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

I. 1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية: $z^2-6z+13=0$.

2) احسب العددين المركبين z_1 و z_2 اللذين يحققان الجملة التالية: $\begin{cases} 3z_1+(1-i)z_2=13 \\ 4\overline{z_1}-(1+i)\overline{z_2}=1-7i \end{cases}$.

II. في المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C لواحقها (على الترتيب):

$z_A=2+i$ ؛ $z_B=3-2i$ ؛ $z_C=5+2i$.

1) اكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي العدد المركب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC.

2) احسب $\left(\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)^{2020}$، ثم عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $\left(\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)^{n}$ عددا حقيقيا موجبا تماما.

3) أ) عين (Γ_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\left|\dfrac{z-3+2i}{z-5-2i}\right|=1$.

ب) تحقق أن النقط A تنتمي إلى (Γ_1).

4) أ) عين (Γ_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق: $\arg\left(\dfrac{z-5-2i}{z-3+2i}\right)=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ (حيث $k\in\mathbb{Z}$)،

ب) تحقق أن النقط A تنتمي إلى (Γ_2).

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يحتوي صندوق على ثلاثة أزهار نرد متوازنة، اثنان خضراوان وفيهما ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6. أما الثالث فلونه أحمر وفيه وجهان يحملان الرقم 1 و أربعة أوجه تحمل الرقم 6.

نسحب من الصندوق بصفة عشوائية زهر نرد ثم نرميه و نسجل الرقم الظاهر. نعتبر الحوادث:

V:" زهر النرد المسحوب أخضر" ؛ R:"زهر النرد المسحوب أحمر" ؛ S:" الرقم الظاهر هو6".

1) أ) أنشئ شجرة احتمالات مناسبة للوضعية؛ ثم احسب احتمال الحادثة S.

ب) بعد رمي زهرد النردكان الرقم الظاهر هو 6، ما هو احتمال أن يكون زهر النرد المرمي أحمرا ؟

2) نقوم الآن بسحب زهر نرد من الصندوق ثم نرميه n مرة متتابعة و نسجل في كل مرة الرقم الظاهر.

نعتبر الحادثة S_n:"الرقم الظاهر في الرمية n هو 6".

أ) أنشئ شجرة احتمالات مناسبة للوضعية في حالة $n = 2$.

ب) احسب الحادثة G_2:"الرقم الظاهر في الرميتين الاثنتين هو 6".

ج) نعتبر الحادثة G_n:"الرقم الظاهر في n رمية هو 6"

- احسب بدلالة n الاحتمالين $P_V(G_n)$ و $P_R(G_n)$.

د) استنتج أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $P(G_n) = \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{6}\right)^n + \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$.

هـ) نرمز بـ p_n لاحتمال أن يكون زهر النرد المسحوب أحمرا علما أن الرقم الظاهر في n رمية هو 6.

- بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $P_n = \dfrac{1}{2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n + 1}$؛ ثم احسب نهاية p_n لما n يؤول إلى $+\infty$.

و) احسب أصغر عدد طبيعي n_0 حيث يكون $p_n \geq 0,999$ من أجل كل $n \geq n_0$.

التمرين الرابع: (06 نقاط)

I. لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = e^{x-1} - 2x + 2$.

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $g(x) > 0$.

II. f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ حيث: $f(x) = \dfrac{2x}{e^{x-1}} + x - 1$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - x + 1]$ ، ماذا تستنتج ؟

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{e^{x-1}}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f''(x) = \dfrac{2x - 4}{e^{x-1}}$.

ب) ادرس على $\mathbb{R}$ إشارة $f''(x)$. ماذا تستنتج ؟

4) أ) بين أنه يوجد مماس وحيد (T) للمنحنى (C_f) معامل توجيهه 1 و اكتب معادلة له.

ب) أنشئ المماس (T) و المنحنى (C_f).

5) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) - x = m$.

انتهى