**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**

**وزارة التربية الوطنية**

**مديرية التربية لولاية غرداية** | **ثانويات المقاطعة التفتيشية غرداية 02**

**امتحان البكالوريا التجريبي** | **دورة: ماي 2022**

**الشعبة: تقني رياضي**

**اختبار في مادة: الرياضيات** | **المدة: 04 سا و30د**

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

## الموضوع الأول

### التمرين الأول :(04 نقاط)

**أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل**

1) قيمة التكامل $I$ حيث $I=\int_0^1 \ln(x+1)dx$ تساوي $-1+\ln 4$ .

2) إذا كان العدد الصحيح $x$ حلا للمعادلة $x^2+x\equiv 2[6]$ فإن $x\equiv 2[6]$ .

3) $(U_n)$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ ب: $U_n=\ln(n+2)-\ln(n+1)$ فإن: $U_1+U_2+...+U_n=\ln\left(\frac{n+2}{2}\right)$ .

4) $g$ هو الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $1+y+y'=0$ حيث $g(\ln 2)=0$ هو $g(x)=-1-2e^{-x}$ .

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر المعادلة $4x-13y=7...(E)$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث $x$ و $y$ عددان صحيحان

1) أ- تحقق أن العددين 4 و 13 أوليان فيما بينهما ثم بين أن المعادلة $(E)$ تقبل حلولا .

ب- عين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة $(E)$ الذي يحقق: $x_0-y_0=4$ ثم استنتج حلول المعادلة $(E)$.

2) عين كل الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الصحيحة حلول المعادلة $(E)$ التي تحقق $|13x+y-33|<379$.

3) ليكن $d$ القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين $x$ و $y$

أ- ماهي القيم الممكنة ل $d$ إذا كان $(x;y)$ حلا للمعادلة $(E)$ .

ب- عين الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية حلول المعادلة $(E)$ التي تحقق $d=7$ و $x+y<400$ .

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

لتكن المتتالية العددية $(U_n)$ المعرفة كما يلي: $U_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ لدينا: $U_{n+1}=\frac{4U_n}{U_n+2}$ .

1)أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1\le U_n<2$ .

ب-حدد اتجاه تغير المتتالية $(U_n)$ ثم استنتج تقاربها.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $V_n=1-\frac{2}{U_n}$ .

أ- بين أن المتتالية $(V_n)$ هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب- أكتب $V_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج $U_n$ بدلالة $n$ .

ج- احسب $\lim_{n\to+\infty} U_n$ .

3) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + ... + \frac{1}{U_n}$ .

4) أ− بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $|U_{n+1} - 2| \leq \frac{2}{3}|U_n - 2|$ .

ب− استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $|U_n - 2| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ثم استنتج $\lim_{n\to+\infty} U_n$ .

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

I. نعتبر الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $h(x) = (2-x)e^x - 1$

1) ادرس تغيرات الدالة $h$ ثم أنشئ جدول تغيراتها.

2) أثبت أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلين $\alpha$ و $\beta$ حيث $1.8 < \alpha < 1.9$ و $-1.2 < \beta < -1.1$ ثم استنتج إشارة على $\mathbb{R}$ .

II. لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$ و $(C_f)$ منحناها البياني في معلم متعامد $(O;\overrightarrow{I},\overrightarrow{J})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 4cm$ .

1) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا.

2) أ− بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ فإن: $f'(x) = \frac{h(x)}{(e^x - x)^2}$ .

ب− ادرس اتجاه تغيرالدالة $f$ , ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ− بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f(x) - x = \frac{(1-x)(e^x - x - 1)}{e^x - x}$ .

ب− استنتج وضعية $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y = x$ ، علما أنّه من أجل كل $x$ ومن $\mathbb{R}$:
$e^x - x - 1 \geq 0$ .

4) أ− أوجد معادلة للمماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$ .

ب− أنشئ كلا من $(\Delta)$ و $(T)$ ثم $(C_f)$ . نأخذ $\left(f(\alpha) = 1.19\ ,\ f(\beta) = -0.47\right)$.

5) احسب بالسنتيمتر مربع مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = 1$ .

6) أ− $m$ وسيط حقيقي بين أن المستقيمات $(\Delta_m)$ ذات المعادلة $y = mx + 1 - m$ تتقاطع في نقطة وحيدة يطلب تعيينها .

ب− ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة $f(x) = mx + 1 - m$ .

**انتهى الموضوع الأول**

**اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: تقني رياضي /البكالوريا التجريبي 2022**

## الموضوع الثاني

**التمرين الأول: (04 نقاط)**

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التبرير.

1) الحل العام للمعادلة التفاضلية $y'-\sin(3x)=0$ هي الدوال :

أ) $y=3\cos(3x)+c$ ب) $y=-\frac{1}{3}\cos(3x)+c$ ج) $y=-3\cos(3x)+c$ ( c عدد حقيقي )

2) مجموعة حلول المتراجحة $6+e^{2x}<5e^{x}$ هي

أ) $s=]\ln 2;\ln 3[$ ب) $s=]2;3[$ ج) $s=]-\infty;\ln 2[\cup]\ln 3;+\infty[$

3) يكتب العدد 1962 في نظام التعداد ذي الأساس $x$ بالشكل $\overline{3652}$ قيمة $x$ هي:

أ) 8 ب) 6 ج) 5

4) إذا كانت الأعداد $1-e^{-2}$ , $e^{-2}-e^{-4}$ و $\alpha$ تشكل بهذا الترتيب حدودا متعاقبة من متتالية هندسية فإن :

أ) $\alpha=1-e^{-4}$ ب) $\alpha=e^{-2}-e^{-6}$ ج) $\alpha=e^{-4}-e^{-6}$

**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

$(U_n)$المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $U_0=4e^{3}$, ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_{n+1}=2\sqrt{U_n}$

1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن: $U_n>4$ .

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية $(U_n)$ . ماذا تستنتج؟

2) نعتبر المتتالية $(V_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $V_n=\ln U_n-2\ln 2$

أ- أثبت أن المتتالية $(V_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها $q$ وحدها الأول $V_0$ .

ب- أكتب $V_n$ بدلالة $n$ ثم أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ $U_n=4e^{\frac{3}{2^n}}$ , ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$ .

3) أوجد قيمة العدد الطبيعي $n$ حيث $V_0+V_1+...+V_n=6(1-e^{-2022\ln 2})$ .

4) احسب بدلالة $n$ الجداء $S_n=U_0\times U_1\times...\times U_n$ .

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

1) ادرس حسب العدد الطبيعي $n$ بواقي قسمة $9^n$ على 11 .

2) بين أن $2021^{2023}\equiv 1[5]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2022^{2021^{2023}}$ على 11 .

3) استنتج أن العدد $(2022^{1443}+1443^{2021}+1962^{1954}+3)$ مضاعف لـ 11 .

4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ : $9^{2020n+2022}+5\times 9^{10n-2}+3\equiv 0[11]$ .

5) عين قيم العدد الطبيعي $n$ يكون العدد الطبيعي $(1962^{1954}+n^2-4)$ مضاعفا للعدد 11.

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

**I.** لتكن الدالة $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+\ln x-\ln(2e)$ .

1) بين أن الدالة $g$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ .

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ محصورا بين $1,2$ و $1,3$ ثم تحقق أن $\ln\alpha=1-\alpha^2+\ln 2$ .

3) عين حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ .

**II.** لتكن الدالة $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{\ln 2-\ln x}{x}$ وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا, ثم أثبت أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ .

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ .

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ج)- بين أن $f(\alpha)=2\alpha-\dfrac{1}{\alpha}$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$ .

3) أ- أثبت أن المستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل لـ $(C_f)$ بجوار $+\infty$ .

ب- بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ معادلته $y=x-\dfrac{1}{2e}$ في نقطة $A$ يطلب تعيين احداثياتها.

4) أ-ارسم $(T)$ و $(\Delta)$ ثم $(C_f)$. .

ب- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط $\lambda$ عدد حلول المعادلة $\dfrac{2e^{\lambda x}}{x}=1$ .

5) احسب التكامل $A$ حيث $A=\displaystyle\int_1^e \frac{\ln 2-\ln x}{x}dx$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

**انتهى الموضوع الثاني**