

التمرين الأول (08 نقط):

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ: $f(x) = 3x + 1 + \ln\left(\frac{1}{x-1}\right)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ حسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا

(2) بين أنه من أجل كل $x \in]1; +\infty[$ ، $f(x) = (x-1)\left(\frac{3x+1}{x-1} - \frac{\ln(x-1)}{x-1}\right)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) احسب $f'(x)$ مشتقة الدالة f وادرس إتجاه تغيراتها ثم أنشئ جدول تغيراتها

(4) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = 3x + 1$ يقطع المنحني (c_f) في نقطة يطلب تعيين إحداثيها ثم ادرس الوضعية النسبية لـ (c_f) و (Δ)

(5) بين أن (c_f) يقبل مماسا T مواز للمستقيم (D) ذو المعادلة: $y = x$ يطلب معادلة له

(6) أنشئ (Δ) و T و (c_f) وحدة الطول $(1cm)$

(7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $3x - \ln(x-1) + m = 0$

(II) نعتبر الدالة g المعرفة بـ: $g(x) = 3e^x + 1 - \ln(e^x - 1)$

أ) بين أن الدالة g معرفة على المجال $]0; +\infty[$

ب) بين ان الدالة g هي مركب دالتين يطلب عبارتهما

ت) اعتمادا على مشتقة الدالة المركبة أحسب $g'(x)$ مشتقة الدالة g ثم استنتج اتجاه تغيرات g وأنشئ جدول تغيراتها

التمرين الثاني (06 نقط): (u_n) متتالية معرفة على \mathbb{N}^* بـ:
$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1-n}{n(n+1)} \\ u_1 = 1 \end{cases}$$

و نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N}^* بـ: $v_n = u_n + \frac{2}{n}$

(1) برهن أن (v_n) هي متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

(2) عبر عن u_n ثم عن v_n بدلالة n

(3) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ ماذا تستنتج؟

(4) احسب بدلالة n المجموع $s_1 = v_1^4 - v_2^4 - \dots - v_n^4$

(5) نضع $t_n = u_n + \frac{2}{n+1}$

أ) بين أن $t_n = v_n - \frac{2}{n(n+1)}$

ب) احسب بدلالة n المجموع $s_2 = t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n$ لاحظ أن $\left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

التمرين الثالث (06 نقط):

كيس يحتوي على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 1,1,3,3 وعلى أربع كرات خضراء تحمل الأرقام 1,2,2,3

نسحب منه على التوالي ودون إرجاع 03 كرات

(1) أحسب احتمالات الأحداث التالية

A: الكرات الثلاثة تحمل نفس الرقم

B: الكرات الثلاثة تحمل نفس اللون

C: الكرات الثلاث تحمل أرقاما مختلفة مثني مثني

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مربع الرقم الأكبر

أ) عين مجموعة قيم المتغير العشوائي X ثم اعط قانون احتماله واحسب أمله الرياضياتي

ب) احسب $p(|X| \leq 4)$