الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية هالي عبد الكريم قمار

مديرية التربية لولاية الوادي — السنة الدراسية 2022/2021

إمتحان بكالوريا تجريبية — دورة ماي : 2022

إختبارفي مادة الرياضيات — المدّة : 3ساعات ونصف

على المترشح أن يختار موضوع من الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

يحتوي صندوق U على 10كرات : 3 منها بيضا و7 سوداء و يحتوي صندوق V على 10كرات :
7 منها بيضاء و3 سوداء (الكرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس)

I) نسحب عشوائيا كرة من الصندوق U :إذا كانت بيضاء نعيدها الى نفس الصندوق ونسحب منه عشوائيا 3 كرات في آن واحد أما إذا كانت سوداء فنضعها في الصندوق V ونسحب منه 3 كرات على التوالي وبدون إرجاع ونعتبر الحادثتين :

A "الكرات الثلاثة المسحوبة بيضاء من الصندوق U "

B " الكرات الثلاثة المسحوبة بيضاء من الصندوق V "

1) أحسب $P(A)$ و $P(B)$

2) إستنتج إحتمال أن تكون الكرات المسحوبة بيضاء

3) إذاعلمت أن الكرات الثلاث المسحوبة بيضاء ما إحتمال أن تكون من الضندوق U

II)نفرغ محتوى الصندوقين U و V في كيس W ونضيف له n كرة حمراء $(n \geq 2)$ ونسحب عشوائيا من الكيس كرتان على التوالي مع الإرجاع ونعتبرالمتغيرالعشوائي x الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكرات الحمراء المتبقية في الكيس

1) بررأن قيم المتغير العشوائي x هي : $\{n; n-1\}$

2) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي x

3) نضع $n = 2$ أحسب الامل الرياضياتي والتباين والإنحراف المعياري للمتغير العشوائي x

التمرين الثاني :(08 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{1}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\underset{<}{\to}0} g(x)$ وبين أن $\lim\limits_{x\underset{>}{\to}0} g(x)=0$ يمكن وضع $(t=-\frac{1}{x})$

2) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من IR^* : $g'(x)=\left(\frac{-2x+1}{x^4}\right)e^{-\frac{1}{x}}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g

3) بين أن المعادلة $g(x)=1$ تقبل حلا وحيدا a حيث $-1{;}5 \prec a \leq -1{;}4$
ثم استنتج ان $g(x)-1 \geq 0$ لما $a \leq x \prec 0$

II)نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=-x+1+e^{-\frac{1}{x}}$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1)أحسب $\lim_{x\longrightarrow-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} f(x)$, $\lim_{x\overset{<}{\longrightarrow}0} f(x)$ فسربيانيا النتيجة الآخيرة

2) بين أن المنحني (C) يقبل مستقيم مقاربا مائلا (D) يطلب تعيين معادلته

3) أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من IR^* فإن: $f'(x)=g(x)-1$ وأستنتج إشارة $f'(x)$

ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ب- بين أن المنحني (C) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها

4) أ- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا b حيث $1{,}5 \prec b \leq 1{,}6$ ثم إستنتج إشارة $f(x)$

ب – بين أن $f(a)=a^2-a+1$ وإستنتج حصرا للعدد $f(a)$

ج- أنشئ (C) و (D) و (C') حيث (C') المنحني البياني الممثل للدالة h المعرفة على IR^*

كمايلي : $h(x)=f(-x)$ نعتبر $f(a)\approx 4{,}4$

<u>التمرين الثالث</u> :(04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على IN^* كمايلي: $u_1=\frac{1}{\alpha}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n غيرمعدوم

$u_{n+1}=\frac{n+1}{\alpha n}u_n$ حيث α عدد حقيقي أكبر من أويساوي 2

1) أ- بين أنه أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $u_n \succ 0$

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم إستنتج أنها متقاربة

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كما يلي :من أجل كل عدد طبيعي n غيرمعدوم : $v_n=\frac{1}{\alpha n}u_n$

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{\alpha}$ وعين حدها الاول v_1 بدلالة α

ب- جد عبارة الحد العام v_n بدلالة n و α ثم إستنتج عبارة u_n وأحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

3) أ- أحسب بدلالة n و α المجموع s_n حيث $s_n=u_1+\frac{1}{2}u_2+\frac{1}{3}u_3......+\frac{1}{n}u_n$

ب-عين قيمة α حتى تكون $\lim_{n\to+\infty} s_n=\frac{1}{2021}$

<u>التمرين الرابع</u> : (04نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على IR كما يلي: $f(x)=(2x-1)e^{-x}$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x $f''(x)+2f'(x)+f(x)=0$:

2) إستنتج F دالة أصلية للدالة f حيث $F(0)=1$

3) أ- ليكن α عدد حقيق موجب تماما أحسب التكامل $A(\alpha)$ حيث $A(\alpha)=\int_0^{\alpha} f(x)dx$

ب- هل $A(\alpha)$ يمثل مساحة ؟ علل

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

لكل سؤال إقتراح واحد فقط صحيح حدد الإجابة الصحيحة مع التبرير

1) إذاكانت الدالة f حلا للمعادلة التفاضلية $3y'-2y+6=0$ حيث $f(0)=4$ فإن :

أ) $f(x)=3e^{\frac{2}{3}x}+1$ ب) $f(x)=e^{\frac{2}{3}x}+3$ ج) $f(x)=2e^{\frac{2}{3}x}+2$

2)حلول المعادلة $e^{4x}-5e^{2x}=-4$ في مجموعة الاعداد الحقيقية IR هي

أ) $s=\{-1;-2;1;2\}$ ب) $s=\{0;\ln 2\}$ ج) $s=\{-\ln 2;0\}$

3) النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2e^x}{e^x-x}$ تساوي :

أ) 0 ب) 1 ج) $+\infty$

4)مجموعة حلول الجملة $\begin{cases}x^2+y^2=169\\ \ln x+\ln y=\ln 60\end{cases}$ في المجموعة IR^2 هي :

أ) $s=\{(60,1);(1,60)\}$ ب) $s=\{(5,12);(12,5)\}$ ج) $s=\{\ \}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I) لنعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_1=\frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $u_{n+1}=\frac{n+1}{2n}u_n$

1)أحسب u_2 و u_3 .

2)أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، أن المتتالية (u_n) موجبة تماما .

3)أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة .

II)نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\frac{u_n}{n}$.

1) أثبت أن (v_n)متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
2) أكتب v_nثم u_n بدلالة n .
3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=e^{\ln(n)-n\ln(2)}$.
4) استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر صندوقين متماثلين U_1 و U_2 بحيث :

U_1 يحتوي على خمسة كرات حمراء تحمل الارقام 1, 1, 1, 2 ,0 وثلاث كرات خضراء تحمل الأرقام 1, 1, 0

U_2 يحتوي على ثلاث كرات حمراء تحمل الارقام 1, 1, 2 وكرتين خضراوين تحملان الرقمين 1, 0

كل الكرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس

I) نختارعشوائيا احد الصندوقين إذا كان U_1 نسحب كرتين على التوالي وبدون إرجاع و إذا كان U_2 نسحب كرتين على التوالي و بالإرجاع

1) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A "سحب كرتين من نفس اللون " B " سحب كرتين تحملان نفس الرقم " C " سحب كرة حمراء على الأقل "

2) هل الحادثتان A ; B مستقلتان؟ علل

3)إذاعلمت أن الكرتين المسحوبتين من لونين مختلفين فما إحتمال أن تكونا من الصندوق U_1 ؟

II) نأخذ الكرات الموجودة في الصندوقين U_1 و U_2 ونضعها في صندوق واحد U_3 ثم نسحب منه عشوائيا كرتين في آن واحد ونعتبر المتغيرالعشوائي x الذي يرفق بكل نتيجة سحب مجموع الرقمين المحصل عليهما

1) عين قيم المتغير العشوائي x

2)عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي x

<u>التمرين الرابع : (08 نقاط)</u>

I) g دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=x^2+\ln(x)^2$

1) أدرس تغيرات الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.75<\alpha<0.76$.

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\frac{2}{x}(\ln x+1)-x+1$ ونرمز ب (C_f) الى تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

2) بين أن الستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x+1$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار $+\infty$ثم أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ).

3) أثبت أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=-\frac{g(x)}{x^2}$.

4) إستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

6) أثبت أن $f(\alpha)=1-2\alpha+\frac{2}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا ل $f(\alpha)$.

7) أحسب $f(2)$ و $f(3)$ ثم أنشئ (T) و (Δ) والمنحنى (C_f) .

8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $\frac{2}{x}(1+\ln x)=m$.

9) λ عدد حقيقي أكبر تماما من 1 ، أحسب $A(\lambda)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $x=1$ ، $x=\lambda$ و $y=-x+1$.

10) عين قيمة λ بحيث يكون $A(\lambda)=\ln(\lambda)^3$