ثانوية جابر بن حيان　　　الفصل الثاني　　　السنة الدراسية : 2019-2020

اختبار في مادة الرياضيات

الثالثة علوم تجريبية　　　المدة : ساعتان

التمرين الأول:

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على ℕ كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$

1) ليكن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x + 1$ و المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x$ (المنصف الأول)

أ) عين إحداثيي نقطة تقاطع (Δ) و (D) ثم أرسم في معلم متعامد ومتجانس المستقيمين (Δ) و (D)

ب) مثل على المستقيم (D) الحدود : u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4 دون حسابها.

ج) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{u_n}{2} \geq 1$

3) برهن أن المتتالية (u_n) متناقصة ، هل هي متقاربة ؟ برر.

4) نعتبر المتتاليتين (v_n) و (w_n) المعرفتين على ℕ كما يلي : $v_n = e^{2n+1}$ و $w_n = \ln v_n$

أ) برهن أن (v_n) هندسية معينا أساسها ثم احسب حدها الأول.

ب) برهن أن (w_n) حسابية معينا أساسها ثم احسب حدها الأول.

5) أحسب بدلالة n المجموعين : $S_n = v_n + v_{n+1} + \dots\dots + v_{n+2019}$ و $T_n = w_n + w_{n+1} + \dots\dots + w_{n+2019}$

6) ليكن الجداء : $P_n = v_n \times v_{n+1} \times \dots\dots \times v_{n+2019}$

– أكتب P_n بدلالة T_n ثم استنتج P_n بدلالة n

التمرين الثاني:

قطعة نقدية غير متوازنة احتمال ظهور الوجه F يساوي $\frac{3}{5}$ ، وصندوق يحتوي على سبع كرات لانفرق بينها باللمس أربعة منها بيضاء و الباقي سوداء

نرمي القطعة النقدية ، إذا ظهر الظهر P نسحب من الصندوق كرتين على التوالي مع الارجاع ، و إذا ظهر الوجه F نسحب من الصندوق كرتين على التوالي دون إرجاع .

1) أحسب إحتمال الحدثين : A ((الحصول على كرتين من نفس اللون)) و D ((سحب كرتين بالإرجاع))

2) علما أن الكرتين المسحوبتين مختلفتي اللون ، أحسب إحتمال : أن تكونا مسحوبتين بالإرجاع.

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة.

أ) أعط قانون إحتمال X.

ب) أحسب أمل قانون إحتمال X .

التمرين الثالث:

المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O\ ;\ I\ ;\ J)$

1) من أجل كل عدد مركب z نضع : $P(z) = z^3 - 4z^2 + 8z - 8$

أ– تحقق أنه من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = (z-2)(\ z^2 - 2z + 4)$

ب–حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة: $P(z) = 0$

2) نسمي : A ، B و C النقط ذات اللواحق $\mathrm{Z_A} = 2$ ، $Z_B = 1 + i\sqrt{3}$ و $Z_c = 1 - i\sqrt{3}$.

أ– عين الطويلة و عمدة لكل من الاعداد المركبة: $\mathrm{Z_A}$، Z_B ، Z_c

ب–استنتج مركز و نصف القطر للدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

ت–إستنتج قيسا لكل من الزاويتين الموجهتين $(\overrightarrow{\mathrm{OI}}\ ;\overrightarrow{\mathrm{AB}})$ و $(\overrightarrow{\mathrm{OI}}\ ;\overrightarrow{C\mathrm{B}})$

3) لتكن النقطة D ذات اللاحقة $\mathrm{Z_D} = Z_A + Z_B$

– بين أن النقطة A هي منتصف قطعة المستقيم $[C]$ و استنتج طبيعة مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z المعرفة بالعلاقة : $\mathrm{Z} = 2 + \left|\frac{\mathrm{Z_D - Z_C}}{2}\right| \mathrm{e^{iq}}$ لما يتغير العدد q في المجال $]0; 2\pi[$

4) أكتب $\mathrm{Z_D}$ على الشكل الاسي ثم استنتج الشكل الجبري للعدد $(\ \mathrm{Z_D}\ )^{2020}$.

5) أكتب العدد $\frac{Z_{\mathrm{D}}}{\mathrm{Z_C}}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث OCD.