الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية الشهيد قصار محمد–مفتاح–
إمتحان بكالوريا تجريبي
شعبة : علوم تجريبية

مديرية التربية لولاية البليدة
دورة ماي 2022

إختبار في مادة : الرياضيات **المدة :03 ساعات و نصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الأتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقط)

عيّن الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية ، مع التبرير:

1. قانون إحتمال المتغيّر العشوائي X معرف بالجدول المقابل:

x_i	-2	0	1	3
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$

الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغيِّر العشوائي X هو أ) $-\frac{1}{20}$ ب) $-\frac{1}{10}$ ج) $-\frac{3}{20}$

2. إذا كانت الأعداد $(1-e^{-2})$، $(e^{-2}-e^{-4})$، α تشكل حدودا متتابعة لمتتالية هندسية،فإن α تساوي:

أ) $(1-e^{-4})$ ب) $(e^{-4}-e^{-6})$ ج) $(e^{-2}-e^{-6})$

3. الدالة $F : x \longrightarrow ln(2x+4)$، هي دالة أصلية على المجال $]0 ; +\infty[$ للدالة f المعرفة بـ:

أ) $\frac{ln(2x+4)}{2}$ ب) $f(x)=\frac{1}{x+2}$ ج) $f(x)=\frac{1}{2x+4}$

التمرين الثاني: (04 نقط)

تحتوي علبة على مجموعة من القريصات، نصف القريصات سوداء (N) وثلثها خضراء (V)وسدسها صفراء (J).
75% من القريصات السوداء و 50% من القريصات الخضراء و 25% من القريصات الصفراء شكلها دائري (O). أما بقية القريصات فشكلها مربع (S)
نسحب قريصة واحدة من العلبة.

1) شكل شجرة الاحتمالات التي تنمذج الوضعية.

2) احسب الاحتمالات التالية:

الحدث A :" القريصة المسحوبة خضراء دائرية"
الحدث B :" القريصة المسحوبة سوداء مربعة"
الحدث C :" القريصة المسحوبة دائرية"

3) اذا سحبنا قريصة دائرية الشكل، فماهو احتمال أن تكون خضراء؟

4) نفرض أن مجموع القريصات في العلبة هو 24 قريصة.

أ) أكمل الجدول التالي:

اللون / الشكل	N	V	J	المجموع
O				
S				
المجموع				24

ب) نسحب في آن واحد ثلاث قريصات من العلبة.

- احسب $P(E)$ احتمال ان تكون القريصات المسحوبة من نفس الشكل
- احسب $P(F)$ احتمال أن تكون القريصات المسحوبة من نفس اللون
- إذا كانت القريصات المسحوبة من نفس الشكل،فماهو احتمال أن تكون من نفس اللون؟

التمـرين الثالث: (05 نقط)

المتتالية العددية (u_n) المعرّفة بـ: $u_0 = 2$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$.

1. احسب u_1،u_2 وu_3 ثم خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n)
2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعيn: $u_n \leq n + 3$
3. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n + 3 - u_n)$

   ب) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)
4. (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n - n$

   أ) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$، ثم أكتب v_n و u_n بدلالة n.

   ب) استنتج $\lim u_n$

   ج) احسب بدلالة n: $S_n = v_0^2 + v_1^2 + ... + v_{n-1}^2$

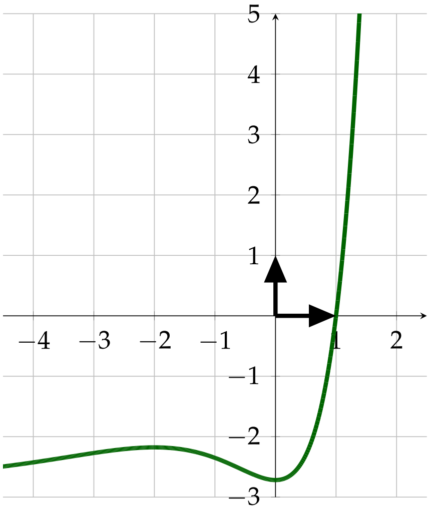
التمـرين الرابع: (07 نقط)

I) الدالة العددية g معرّفة على $\mathbb{R}$ بــ: $g(x) = x^2e^x - e$

وليكن (C_g) التمثيل البياني لـ g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$ (تؤخذ وحدة الطول $2cm$)

1. احسب $g(1)$.
2. بقراءة بيانية،عين إشارة $g(x)$ ثم استنتج حسب قيم x اشارة $g(-x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بــ: $f(x)=e^{-x}-2-\frac{e}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.



1. احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. وفسّر النتائج هندسيا.
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x: $f'(x)=\frac{-g(-x)}{x^2}$.
3. استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-1;0[$ و $]0;+\infty[$، و متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1[$، ثم شكل جدول تغيراتها.
4. بين أن المنحنى (Y) ذو المعادلة $y=e^{-x}-2$ و المنحى (C_f) متقاربان بجوار $+\infty$، ثم ادرس الوضع النسبي لهما.
5. بين كيف يمكن إنشاء (Y) انطلاقا من منحنى الدالة $x\longrightarrow e^{x}$، ثم أنشئ كلا من (Y) و (C_f) في المعلم السابق.

III) احسب $\mathcal{A}$ ،مساحة الحيز المحدود ب (Y)و (C_f) والمستقيمات $x=e$و $x=e^2$.

إنتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقط)

عيّن الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية ، مع التبرير:

1. إذا كانت f حلا للمعادلة التفاضلية $y'=-2y$ و (C_f) يقطع حامل محور التراتيب عند $\frac{3}{2}$ فإن مساحة الحيز المحدد ب (C_f) والمستقيمات $y=0$ و $x=0$ و $x=ln3$ تساوي:

   أ) $\frac{2}{3}u.a$ ب) $\frac{3}{2}u.a$ ج) $\frac{1}{3}u.a$

2. يتكون فريق عمل من 4 إناث و 3 ذكور ، يراد تشكيل لجنة تضم 3 أعضاء.

   إحتمال أن تكون اللجنة من الجنسين هو :

   أ) $\frac{6}{7}$ ب) $\frac{4}{7}$ ج) $\frac{1}{7}$

3. لتكن (u_n) متتالية هندسية أساسها e و حدها الأول u_0 ، حيث $u_0=e^{-\frac{1}{2}}$. (e أساس اللوغاريتم النيبيري)

   من أجل كل عددطبيعي n نضع: $S_n=\ln(u_0\times u_1\times\cdots\times u_n)$

   S_n يساوي:

   أ) $\frac{n^2-1}{2}$ ب) $\frac{n^2+1}{2}$ ج) $\frac{n^2}{2}$

التمـرين الثاني: (04 نقط)

يحتوي كيس على أربع كريات حمراء تحمل الرقم α، وثلاث كريات خضراء تحمل الرقم $\alpha - 1$، وكريتين بيضاويتين تحملان الرقم 1، حيث α عدد طبيعي فير معدوم.

الكريات متماثلة ولانفرق بينها باللمس، نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كريات في آن واحد.

1. أ) احسب احتمال الأحداث A،B،C، حيث:

الحدث A: " الحصول على كرية بيضاء على الأكثر"

الحدث B:" الحصول على ثلاث كريات تحمل نفس الرقم"

الحدث C:" الحصول على كريتين بالضبط تحملان الرقم $\alpha - 1$ "

ب) بين أن احتمال الحصول على ثلاث كريات تحمل ألوان العلم الوطني هو $\frac{2}{7}$.

2. ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة، مجموع الأرقام الظاهرة على الكريات المسحوبة الحمراء ،و $X = 0$ إذا لم تسحب كرية حمراء.

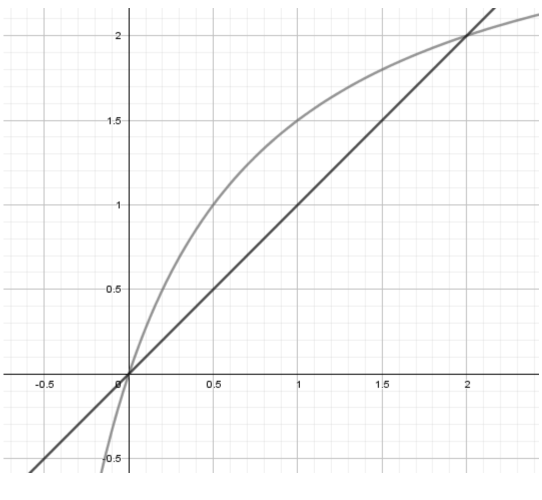
أ) برر أن مجموعة قيم X هي: $X = \{0, \alpha, 2\alpha, 3\alpha\}$

ب) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X

ج) أحسب الأمل الرياضي بدلالة α، ثم عين قيم α التي من أجلها $|E(X)| \leq 2$

التمـرين الثالث: (05 نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ ب: $f(x) = \frac{3x}{x+1}$ ونسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$ كما في الشكل أدناه:



I) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n}{u_n + 1} \end{cases}$

1. أعد رسم الشكل على ورقتك، ثم باستعمال المنحنى (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y = x$، مثل على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n)

(دون حسابها وموضحا خطوط الإنشاء)

2. ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

3. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0 \leq u_n < 2$

4. أ) أثبت أن المتتالية (u_n) متزايدة، ثم استنتج أنها متقاربة.

ب) أوجد نهاية المتتالية (u_n)

II) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 1 - \frac{2}{u_n}$

1. برهن أن المتتالية (v_n) هندسية،يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2. اكتب عبارة v_n بدلالة n، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

3. احسب $\lim u_n$.

4. اكتب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = \dfrac{u_0}{u_0-2} + \dfrac{u_1}{u_1-2} + \dfrac{u_2}{u_2-2} + ... + \dfrac{u_n}{u_n-2}$

التمرين الرابع: (07 نقط)

I) الدالة العددية g معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = 2lnx - 1 - \dfrac{1}{x^2}$

1. بين أن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$

2. أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.89 < \alpha < 1.9$

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب تماما x إشارة $g(x)$

II) الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = -x - 2 + \dfrac{3+2lnx}{x}$، و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1. أ) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2. أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0:+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{1}{x^2} g(\dfrac{1}{x})$

ب) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;\dfrac{1}{\alpha}]$، ومتناقصة تماما على المجال $[\dfrac{1}{\alpha};+\infty[$، ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) - (-x-2)$، ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يطلب كتابة معادلته.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

4. أ) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف A فاصلتها 1

ب) اكتب معادلة المماس ل (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

5. ارسم (Δ)،(T)و (C_f)، (نأخذ $\dfrac{1}{\alpha} \approx 0.53$ و$f(\dfrac{1}{\alpha}) \approx 0.73$)

III) بين أن $A = 2cm^2$، حيث A هي مساحة الحيز المستوي المحدد ب (C_f) و (Δ) و المستقيمين ذي المعادلتين $x = e^{-1}$ و $x = 1$.

إنتهى الموضوع الثاني

إذ أنت لم تزرع و أبصرت حاصدا ❖❖ ندمت على التفريط في زمن البذر

بالتوفيق في شهادة البكالوريا ❖ أستاذة المادة: تشوك.هـ