

المدة :  $\ln e^2$  سا

اختبار في مادة : الرياضيات

### التمرين الأول: (05 نقاط)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاثة المقترحة مع التعليل.

① الحل الخاص للمعادلة التفاضلية  $y' - 4y - 2 = 0$  و  $f(1) = \frac{1}{2}$  هو :

$$f(x) = e^{4-4x} - \frac{1}{2} \quad \square \qquad f(x) = e^{4+4x} - \frac{1}{2} \quad \square \qquad f(x) = e^{4-4x} + \frac{1}{2} \quad \square$$

② حلول المتراجحة  $\log(2+x) > 1$  في  $\mathbb{R}$  هي :

$$s = ]8; +\infty[ \quad \square \qquad s = ]8; 10[ \quad \square \qquad s = ]-\infty; 8[ \quad \square$$

③ حلول المعادلة  $: 9^x - 3^{x+1} + 2 = 0$

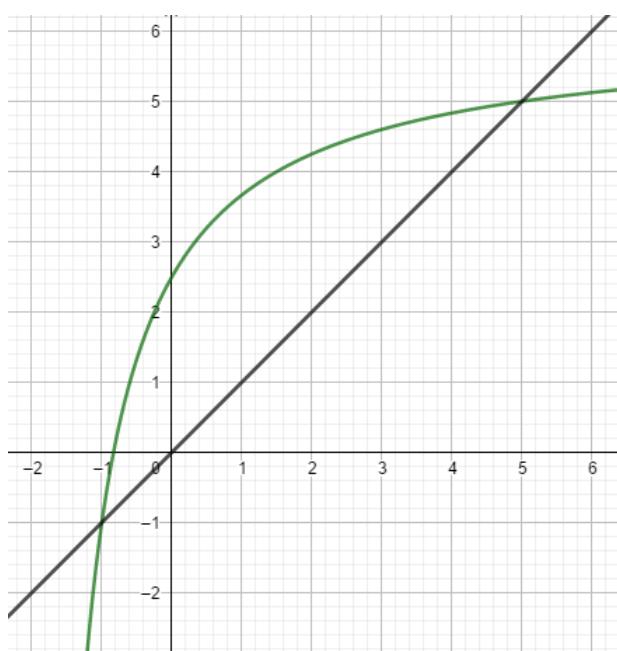
$$s = \left\{ 0; \frac{\ln 2}{\ln 3} \right\} \quad \square \qquad s = \{1; 2\} \quad \square$$

④ إذا كان لدينا من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f(4-x) = 2 - f(x)$  فإن :

$\square$  مركز تناظر لمنحنى  $(C_f)$   $\square$  المستقيم ذو المعادلة  $y = 2$  محور تناظر لمنحنى  $(C_f)$   $\square$  مركز تناظر لمنحنى  $(C_f)$   $\square$   $(2; 1)$   $\square$   $(2; -1)$   $\square$

### التمرين الثاني: (06 نقاط)

(I) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $[0; +\infty]$  بـ  $f(x) = \frac{6x+5}{x+2}$  و ليكن  $(C_f)$  المنحنى الممثل لها،  $(\Delta)$  هو المستقيم ذو المعادلة  $y = x$  (انظر الشكل).



1) تحقق أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $[0; +\infty]$ .

(U<sub>n</sub>) متتالية عدديّة معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ  $U_0 = 1$  ومن أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $U_{n+1} = f(U_n)$

(2) أ) مثل على محور الفواصل الحدود الأربع الأولى للمتتالية  $(U_n)$  مبينا خطوط الرسم و بدون حساب.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$  و تقاربها.

(3) أ) بين أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $1 \leq U_n \leq 5$

ب) ادرس إتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$  ، هل هي متقاربة؟.

$$V_n = \frac{U_n - 5}{U_n + 1} \quad \text{لتكن المتتالية } (V_n) \text{ المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ :}$$

أ) بين أن المتتالية  $(V_n)$  هندسية يطلب تعين أساسها و حدها الأول.

ب) عبر عن  $V_n$  ثم عن  $U_n$  بدلالة  $n$ . ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ .

$$S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1} \quad \text{احسب المجموع } S_n \text{ بدلالة } n \text{ حيث :}$$

### التمرين الثالث: (09 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

$$g(x) = x^3 + x^2 + x - 1 \quad \text{(I) دالة معرفة على } [0; +\infty[ \text{ بـ :}$$

1) ادرس تغيرات الدالة  $g$  على المجال  $[0; +\infty[$ .

2) بين أن المعادلة  $0 = g(x)$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث  $0.5 < \alpha < 0.6$ .

3) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $[0; +\infty[$ .

$$f(x) = \frac{x e^{-x}}{x^2 + 1} \quad \text{(II) لتكن الدالة } f \text{ المعرفة على } [0; +\infty[ \text{ بـ :}$$

1) بين أن  $0 = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $[0; +\infty[$  لدينا :

$$f'(x) = \frac{-e^{-x} g(x)}{(x^2 + 1)^2}$$

3) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أنشئ المنحنى  $(C_f)$  (نقبل أن  $f(\alpha) \approx 0.25$ )

$$xe^{-x} - mx^2 - m = 0 \quad \text{عدد حلول المعادلة :}$$

$$u(x) = \ln(f(x)) \quad \text{(III) دالة عدديّة معرفة على } [0; +\infty[ \text{ بـ :}$$

1. ادرس تغيرات الدالة  $u$  ثم شكل جدول تغيراتها.