الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات**

امتحان البكالوريا التجريبي **ولاية المنيعة**

الشعبة : تقني رياضي **دورة : ماي 2022**

اختبار في مادة : الرياضيات **المدة :04 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة مع التعليل.

1) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n العدد الحقيقي a : $a = ln(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})^{2022})+ln(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})^{2022})$

أ) $a = 2022$ ب) $a = 0$ ج) $a = n$

2) نعتبر المتتالية (v_n) من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = \left(\frac{2}{3}\alpha\right)^{2n} - 4$ حيث α عدد حقيقي موجب تماما ، قيم α حتى تكون (v_n) متقاربة.

أ) $]0;\frac{3}{2}[$ ب) $]-1;1[$ ج) $[0;\frac{2}{3}[$

3) نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة :$log(x^2+11x-2) = 1+log(x)$ حلول المعادلة :

أ) $\{0;1;10\}$ ب) $\{0;-1;-10\}$ ج) $\{1\}$

4) الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = ln(x^2+2x+3)$ من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

أ) $f(2-x) = f(x)$ ب) $f(-2-x) = f(x)$ ج) $f(-x) = f(x)$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = e$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + \frac{1}{2}e$.

1) ا) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n < 2e$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)، ثم استنتج أنها متقاربة.

2) المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{1}{u_n - 2\alpha}$.

−عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية وأساسها $q = \frac{4}{3}$.

3) ا) نضع $\alpha = e$ ، أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = e\left[2-\left(\frac{3}{4}\right)^n\right]$ ثم استنتج $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

4) نضع $S'_n = e^{-1}u_0 + e^{-1}u_1 + ... + e^{-1}u_n$.

ا) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $S'_n = 2n-2+4\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}$.

ب) $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{2021S'_n}{2n+1442}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10.

2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $1263^{359} - 23^{4n} + 5137^{1814} + 3949^{2n+1} \equiv 4[10]$.

3) ا) عين باقي القسمة الأقليدية للعدد A على 10 حيث: $A = 1493^{123} + 1443^{25} + 2023^{639} + 63^{72}$.

ب) إستنتج رقم أحاد العدد A .

4) عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق $(n+3)A - 3^{134}n \equiv 0[10]$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g دالة عددية معرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $g(x) = x - 1 - lnx$.

1) احسب $\lim\limits_{x \to 0} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g ، و شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $]0,+\infty[$.

3) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x : $ln\left(\dfrac{x}{2}\right) \leq \dfrac{x}{2} - 1$.

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $[0,+\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(x) = -x^2 + 2 + 2xlnx & ; x > 0 \\ f(0) = 2 \end{cases}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}\right)$.

1) ا) أحسب $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ ماذا تستنتج.

ب) بين أن $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x)-2}{x} = -\infty$ ماذا تستنتج ، فسر النتيجة بيانيا.

ج) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x: $f'(x) = -2g(x)$.

ب) أدرس إشارة $f'(x)$ على $]0;+\infty[$ ثم استنتج إتجاه تغيرات الدالة f مستنتجا أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف $A(1;1)$

3) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x : $f(x) + 2(1 - ln2)x - 2 = 2x\left[-\dfrac{x}{2} + 1 + ln\left(\dfrac{x}{2}\right)\right]$

ثم إستنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

5) ا) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]2.7; 2.8[$

ب) أنشئ (Δ) و (C_f) .

6) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$: $\begin{cases} h(x) = -x^2 + 2 + 2|x|ln(|x|) & ; x \neq 0 \\ h(0) = 2 \end{cases}$

(C_h) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}\right)$

ا) بين أن h دالة زوجية.

ب) أنشئ (C_h) انطلاقا من (C_f) في نفس المعلم السابق .

7) ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب $I = \int_1^2 2xlnxdx$.

ب) A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذان معادلتيهما $x = 1$ و $x = 2$.

-أحسب المساحة A.

الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة مع التبرير.

1) المعادلة $e^{2x}-3e^{x}-4=0$ يقبل في $\mathbb{R}$:

أ) حل واحد ب) حلين متمايزين ج) لاتقبل حلول

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}[ln(x+1)-ln(x+2)]$ تساوي :

أ) 1 ب) $+\infty$ ج) 0

3) (v_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$: $q=2$ و $v_0=-ln3$ حيث $v_n=ln\left(\dfrac{1}{u_n}-1\right)$

$S_n=\left(\dfrac{1-u_0}{u_0}\right)\times\left(\dfrac{1-u_1}{u_1}\right)\times...\times\left(\dfrac{1-u_n}{u_n}\right)$ تساوي:

أ) $S_n=e^{(2^{n+1}-1)ln(\frac{1}{3})}$ ب) $S_n=e^{2^{n+1}ln(\frac{4}{3})}$ ج) $S_n=e^{(2^{n+1}-1)ln3}$

4) $I=\int_2^4\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}dx$ يساوي :

أ) $I=-4-2ln3$ ب) $I=-4+2ln3$ ج) $I=4+2ln3$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n:

$ln(u_{n+1})=-1+ln(u_n)$.

ا) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=e^{-1}u_n$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n>0$

ج) أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

2) لتكن (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=2+ln(\sqrt{u_n})$

ا) بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0

ب) عبر عن (v_n) بدلالة n.

3) ا) أكتب P_n بدلالة n حيث: $P_n=(v_1+\frac{1}{2})^1\times(v_2+1)^2\times...\times(v_n+\frac{n}{2})^n$

ب) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n=e^{2(v_0-2)}+e^{2(v_1-2)}+...+e^{2(v_n-2)}$

-بين من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=e\left(\dfrac{e^{-(n+1)}-1}{1-e}\right)$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}(e-1)S_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) عين مجموعة الأعداد الصحيحة x بحيث $4x\equiv 33[5]$

2) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$ حيث x ، y عددان صحيحان : $4x-5y=33...(E)$

ا) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E). (يمكن استعمال نتيجة السؤال 1).

ب) ماذا تمثل مجموعة حلول المعادلة (E) هندسيا.

3) n عدد طبيعي بحيث $n \geq 5$ نضع: $a = n^3 - n^2 - 12n$ ، $b = 2n^2 - 7n - 4$.

ا) بين أن a ،b قابلان للقسمة على $(n-4)$.

نضع: $d = PGCD(2n+1; n+3)$

ب) بين أن d يقسم 5.

4) بين أن $2n+1$ ، n أوليان فيما بينهما.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

ا) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$

2) استنتج اتجاه تغير الدالة g.

3) بين أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول $2cm$.

1) بين أن: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ ثم أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

2) ا) بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها. .

3) ا) احسب $\lim_{x \to -\infty} [f(x) - x]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته .

ب) أدرس الوضع النسبي بالنسبة للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

4) ا) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند الفاصلة المعدومة .

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين احداثياتها .

5) أحسب $f(1)$ ثم أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) .

6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + ln(m)$.

7) ا) باستخدام المكاملة بالتجزئة بين أن: $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x}dx = 1 - \frac{e}{2}$.

ب) لتكن A مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (T) والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 0$ و $x = \frac{1}{2}$

بين أن: $A = (6 - 2e)cm^2$