اختبَار الفصل الَاول في مَادة الريَاضيَات

المستوَى : 3 ع ت ج + 3 ت ر   المدةسَاعتَان

التمرين الَاول (10 ن) :

I - g الدَالة العدَدية المعرفة علَى المجَال $]-\infty;-1[$ بـ : $g(x)=\ln(-x-1)-x$

1 - بين ان الدَالة g متنَاقصة تمَامًا علَى المجَال $]-\infty;-1[$

2 - بين ان المعَادلة $g(x)=0$ تقبل حلَا وحيدًا α حيث $-1.3<\alpha<-1.2$

3 - استنتج اشَارة $g(x)$ حسب قيم x من المجَال $]-\infty;-1[$

II - لتكن الدَالة العدَدية المعرفة علَى المجَال $]1;+\infty[$ بـ $f(x)=\dfrac{(x-1)\ln(x-1)}{x}$

و ليكن (C_f) تمثيلهَا البيَاني في المستوي المنسوب الَى المعلم المتعَامد و المتجَانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1 - احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ؛ $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}}f(x)$

2 - ا ـ بين انه من اجل كل x من المجَال $]1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(-x)}{x^2}$

ب ـ بين ان الدَالة f متنَاقصة تمَامًا علَى المجَال $]1;-\alpha]$ و متزَايدة تمَامًا علَى المجَال $[-\alpha;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيرَاتهَا

3 - بين ان $f(-\alpha)=\alpha+1$ ؛ ثم استنتج حصرًا لـ $f(-\alpha)$

4 - احسب $\lim\limits_{x\to-\alpha}\dfrac{f(x)-\alpha-1}{x+\alpha}$ ، فسر النتيجة هندسيًا

5 - ليكن (Γ) المنحنَى المُمثل لِلدَالة $x\to\ln(x-1)$

ا ـ ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Γ)

ب ـ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-\ln(x-1)]$. فسر النتيجة هندسية

6 - انطلَاقًا من منحنَى الدَالة $\ln$ انشِئ (Γ) ثم انشِئ (C_f)

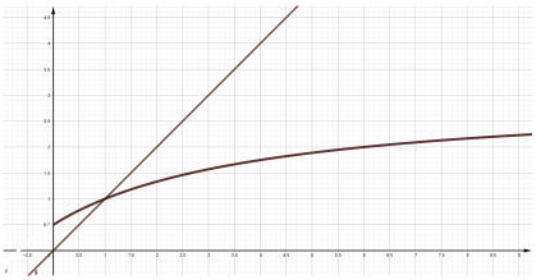
التمرين الثَاني (10 ن) :

الدَالة العدَدية f معرفة و متزَايدة علَى المجَال $[0;+\infty[$ بـ $f(x)=\dfrac{3x+2}{x+4}$. (C_f) تمثيلهَا البيَاني في المستوي المنسوب الَى المعلم المتعَامد و المتجَانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذو المعَادلة $y=x$

المتَتَالية العدَدية (U_n) معرفة بحدهَا الَاول

$U_0=5$ و من اجل كل عدَد طبيعي n

$$U_{n+1}=f(U_n)$$



1 - ا ـ اعد رسم الشكل المقَابل ثم مثل علَى حَامل محور الفوَاصل الحدود $U_3;U_2;U_1;U_0$

ب ـ ضع تخمينًا حول اتجَاه تغير المتَتَالية (U_n) و تقَاربهَا

2 - ا ـ برهن انه من اجل كل عدَد طبيعي n : $U_n > 1$

ب ـ ادرس اتجَاه تغير المتتَالية (U_n) ، ثم استنتج انهَا متقَاربة

ا ـ بين انه من اجل كل عدَد طبيعي n : $U_{n+1} - 1 = \dfrac{2(U_n - 1)}{U_n + 4}$

ب ـ بين انه من اجل كل عدَد طبيعي n : $\dfrac{2}{U_n + 4} \leq \dfrac{2}{5}$ ثم استنتج ان : $U_{n+1} - 1 \leq \dfrac{2(U_n - 1)}{5}$

جـ ـ برهن بَالترَاجع انه من اجل كل عدَد طبيعي n : $0 < U_n - 1 \leq 4\left(\dfrac{2}{5}\right)^n$، ثم استنتج نهَاية (U_n)

II- المتتَالية العدَدية (V_n) معرفة علَى $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n + 2}$

1 - بين ان المتتَالية (V_n) هندسية اسَاسهَا $\dfrac{2}{5}$ يطلب تعيّن حدهَا الاَول V_0

2 - ا ـ عبر عن V_n بدلاَلة n

3 - ب ـ بين ان $V_n = 1 - \dfrac{3}{U_n + 2}$ ثم استنتج U_n بدلاَلة V_n

احسب المجموع S_n بدلاَلة n حيث

$$S_n = \frac{1}{2(U_0 + 2)} + \frac{1}{2(U_1 + 2)} + ... + \frac{1}{2(U_n + 2)}$$

بَالتوفيق