الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربيـــــــــــــية الوطنية　　　　ثانويـــــــــــــــة جبابري امحمد

اختبـــــــــــــار الفصل الثاني	الاثنين 29 فيفري 2016	السنة الدراسية: 2015 – 2016

المستوى : 3 ثانوي	الشعبة: علوم تجريبية	المادة: رياضيات	المــدة: 3 سا

التمرين الأول: (05 ن)

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

(P) معرف بالمعادلة الديكارتية حيث $(P): x+2y+2z+2=0$

(S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء والتي تحقق : $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-3=0$

1- بين ان (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها r.

2- $B(3;2;0)$ نقطة من الفضاء .

- تحقق ان B تنتمي الى (S).
- اكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (Q) المماس ل (S) في النقطة B.

3- بين ان (P) و (Q) متعامدان

4- (D) المستقيم المار من $C(1;1;1)$ و الموازي للمستويين (P) و (Q).

- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).
- احسب البعد بين النقطة Ω و المستقيم (D).

بين ان (D) يقطع (S) في نقطتين .(تحديدهما غير مطلوب)

التمرين الثاني: (06 ن)

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

I/ من اجل كل عدد مركب z نضع : $p(z)=z^3+(2\sqrt{2}-4)z^2+\left(8-8\sqrt{2}\right)z+16\sqrt{2}$

1- احسب $p(-2\sqrt{2})$.

2- بين ان $p(z)=\left(z+2\sqrt{2}\right)\left(z^2+az+b\right)$ حيث $a;b$ عددان حقيقيان يطلب تحديدهما.

3- حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الاعداد المركبة المعادلة $p(z)=0$.

II/ نضع النقط $C;B;A$ التي لواحقها على الترتيب $Z_A=2+2i$. $Z_B=2-2i$ و $Z_C=-2\sqrt{2}\,i$

1- علم النقط $C;B;A$.

2- احسب طويلة لواحق النقط $C;B;A$ ثم بين انها تنتمي الى نفس الدائرة (Γ) يطلب تحديد عناصرها المميزة

3- احسب عمدة العدد المركب Z_A و عمدة العدد المركب Z_B. ثم اثبت ان $\left(\vec{OB};\vec{OA}\right)=\frac{\pi}{2}$

4- عين z_D لاحقة النقطة D حيث O منتصف $[BD]$

5- بين ان $\frac{z_B-z_A}{z_D-z_A}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ثم فسر النتيجة

6- لتكن (E') مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث : . $z=2\sqrt{2}e^{i\theta}$

أ) تحقق أن النقطة D تنتمي إلى المجموعة (E') .

ب) عين طبيعة المجموعة (E') ثم أنشئها .

التمرين الثالث: (09 ن)

I) g دالة عددية لمتغير حقيقي x معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالشكل : $g(x)=1-x^2-\ln(x)$

و ليكن (C_g) منحناها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1). احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ثم. $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$

2). أدرس تغيرات الدالة g.

3). احسب $g(1)$ واستنتج اشارة g على $]0,+\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالشكل : $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}-x+2$

و ليكن (C_f) منحناها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1). احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم. $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا

2). بين أنه مهما يكن $x\in]0,+\infty[$, $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3). ا) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته : $y=-x+2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي بين (D) و (C_f)

4). أ) بين أنه توجد نقطة وحيدة B يكون عندها المماس للمنحني (C_f) موازيا لـ (D) يطلب تعيين إحداثيتها.

ب) بين ان معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة B هي $y=-x+\dfrac{1}{e}+2$.

5). بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α_1 على المجال $](0,4);(0,5)[$ و تقبل حلا وحيدا α_2 على المجال $](2,2);(2,5)[$ ما ذا تستنتج بيانيا؟

6). أنشئ المنحني (C_f) و المستقيمان (D) و(Δ)

7). ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $(m-2)x=\ln x$

وزارة التربيـــــــــــــة الوطنية		ثانويـــــــــة جبابري امحمد	
تصحيح الأختبار الفصل الثاني		السنة الدراسية: 2015 – 2016	
المستوى : 3 ثانوي	الشعبة:علوم تجريبية	المادة : رياضيات	عدد الصفحات :

التمرين الأول:

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

(P) معرف بالمعادلة الديكارتية حيث

$(P): x+2y+2z+2=0$

(S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء والتي تحقق

$x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-3=0$:

1- اثبات ان (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها r.

لدينا $a=-2;b=-2;c=-4;d=-3$ ومنه

$x_\Omega=-\frac{a}{2}=1;y_\Omega=-\frac{b}{2}=1;z_\Omega=-\frac{c}{2}=2$ و

$r^2=x^2+y^2+z^2+d=9$ ومنه $\Omega(1;1;2)$ و $r=3$

2- $B(3;2;0)$ نقطة من الفضاء .

$(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=3$

- التحقق ان B تنتمي الى (S). لدينا

$(3-1)^2+(2-1)^2+(0-1)^2=3$ محقق

اي $B\in(S)$

- المعادلة الديكارتية للمستوي (Q) المماس ل (S) في النقطة B. شعاعه الناظمي $\overrightarrow{\Omega B}(2,1,-2)$

ومنه $B\in(Q)$ يعني ان $d=-8$ أي

$(Q): 2x+y-2z-8=0$

3- اثبات ان (P) و (Q) متعامدان

$\overrightarrow{\Omega B}(2,1,-2)$ و $\vec{n}_{(P)}(1;2;2)$ ومنه

$\overrightarrow{\Omega B}.\vec{n}_{(P)}=2+2-4=0$ (P) و (Q) متعامدان

4- (D) المستقيم المار من $C(1;1;1)$ والموازي للمستويين (P) و (Q).

- تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).شعاع توجيهه

$\vec{u}(a,b,c)$ يحقق $\begin{cases}\vec{u}.\overrightarrow{\Omega B}=0\\ \vec{u}.\vec{n}_{(P)}=0\end{cases}$

ومنه نحل الجملة $\begin{cases}2a+b-2c=0\\ a+2b+2c=0\end{cases}$ ناخذ c ثابت نجد

$a=-b$ و $b=-2c$ اذن $\vec{u}(2,-2,1)$

اذن $(D):\begin{cases}x=2t+1\\ y=-2t+1\\ z=t+1\end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$

البعد بين النقطة Ω و المستقيم (D).و بوضع النقطة H مسقطها العمودي نجد $\overrightarrow{\Omega H}(2t;-2t;t-1)$

ومنه $\overrightarrow{\Omega H}\vec{u}=0; 4t+4t+t-1=0;\left(t=\frac{1}{7}\right)$ أي

$\overrightarrow{\Omega H}\left(\frac{2}{7};-\frac{2}{7};-\frac{6}{7}\right)$ ومنه $\Omega H=\frac{\sqrt{44}}{7}$

اثبات ان (D) يقطع (S) في نقطتين و $r=3$

$\Omega H=\frac{\sqrt{44}}{7}\simeq 1$ اذن $\Omega H<r$ يعني ان (D) يقطع (S) في نقطتين .

التمرين الثاني:

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

I/ من اجل كل عدد مركب z نضع :

$p(z)=z^3+(2\sqrt{2}-4)z^2+\left(8-8\sqrt{2}\right)z+16\sqrt{2}$

1- حساب $p(-2\sqrt{2})$.

$p(-2\sqrt{2})=\left(-2\sqrt{2}\right)^3+(2\sqrt{2}-4)\left(-2\sqrt{2}\right)^2$

$+\left(8-8\sqrt{2}\right)\left(-2\sqrt{2}\right)+16\sqrt{2}$

$p(-2\sqrt{2})=-16\sqrt{2}+16\sqrt{2}-32$

$-16\sqrt{2}+32+16\sqrt{2}=0$

2- اثبات ان $p(z)=\left(z+2\sqrt{2}\right)\left(z^2+az+b\right)$ حيث $a;b$ عددان حقيقيان يطلب تحديدهما.

$p(z)=z^3+az^2+bz+2\sqrt{2}z^2+2\sqrt{2}az+b2\sqrt{2}$

$p(z)=z^3+z^2\left(a+2\sqrt{2}\right)+z\left(b+2\sqrt{2}a\right)+b2\sqrt{2}$

بالمطابقة نجد $a=-4;b=8$

ومنه $p(z)=\left(z+2\sqrt{2}\right)\left(z^2-4z+8\right)$

3- حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الاعداد المركبة المعادلة $p(z)=0$.

أي ان $\left(z+2\sqrt{2}\right)\left(z^2-4z+8\right)=0$ ومنه $z=-2\sqrt{2}$ و

z^2-4z+8 أي $Z=2+2i$ و $Z=2-2i$

II/ نضع النقط $C;B;A$ التي لواحقها على الترتيب

$Z_A=2+2i$. $Z_B=2-2i$ و $Z_C=-2\sqrt{2}\,i$

1- تعليم النقط $C;B;A$.

2- حساب طويلة لواحق النقط $C;B;A$ لدينا

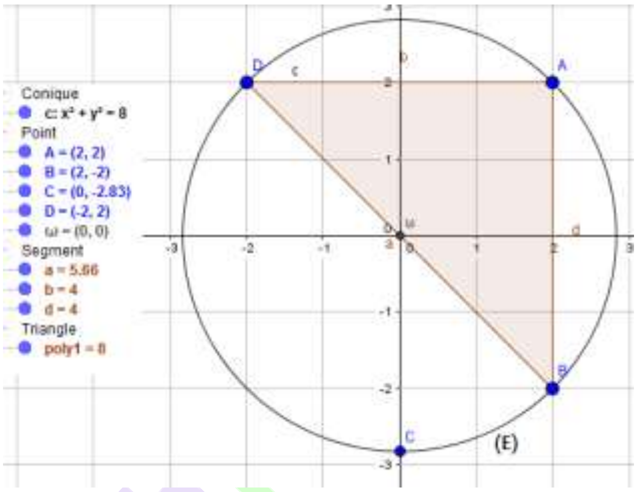
$|Z_A|=|2+2i|=2\sqrt{2}$ و $|Z_B|=|2-2i|=2\sqrt{2}$ و

$|Z_C|=|-2\sqrt{2}\,i|=2\sqrt{2}$

نستنتج ان النقط $C;B;A$ تنتمي الى نفس الدائرة (Γ) ذات المركز 0 ونصف قطرها $r=2\sqrt{2}$

3- عمدة العدد المركب Z_A:

$$\arg(Z_A)\begin{cases}\cos\theta=\sqrt{2}/2\\ \sin\theta=\sqrt{2}/2\end{cases}\theta=\frac{\pi}{4}$$



و عمدة العدد المركب: Z_B :

$$\arg(Z_B)\begin{cases}\cos\theta=\sqrt{2}/2\\ \sin\theta=-\sqrt{2}/2\end{cases}\theta=-\frac{\pi}{4}$$

اثبات ان

$$(\vec{OB};\vec{OA})=(\vec{OI};\vec{OA})-(\vec{OI};\vec{OB})=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$$

4- عين z_D لاحقة النقطة D حيث O منتصف $[BD]$

لدينا $\frac{z_D+z_B}{2}=0$ ومنه $z_D=-2+2i$

5- اثبات ان $\frac{z_B-z_A}{z_D-z_A}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ومنه

$\frac{z_B-z_A}{z_D-z_A}=\frac{2-2i-2-2i}{-2+2i-2-2i}=i=e^{i\pi/2}$ العدد تخيلي صرف موجب

تفسير النتيجة المثلث ABD قائم في A ومتساوي الساقين

6- لتكن (E') مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث : $z=2\sqrt{2}e^{i\theta}$.

أ) التحقق أن النقطة D تنتمي إلى المجموعة (E').

$z_D=2\sqrt{2}e^{i\theta}$ يعني ان $-2+2i=2\sqrt{2}e^{i\theta}$ وبما ان $|z_D|=|-2+2i|=2\sqrt{2}$ فان $D\in(E')$

ب) المجموعة (E') هي دائرة مركزها 0 ونصف قطرها $2\sqrt{2}$ ثم أنشئها .

التمرين الثالث:

I) g دالة عددية لمتغير حقيقي x معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالشكل : $g(x)=1-x^2-\ln(x)$

و ليكن (C_g) منحناها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) تغيرات الدالة g. نعلم ان

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x^2}=-\infty;\lim_{x\to0}\frac{\ln(x)}{x^2}=+\infty$$

$$\lim_{x\to0}g(x)=\lim_{x\to0}1-x^2-\ln(x)=+\infty \text{ و}$$

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}1-x^2\ln(x)=-\infty$$

المشتقة: g دالة تقبل الاشتقاق و دالتها المشتقة

$$g'(x)=(1-x^2-\ln(x))'=-2x-\frac{1}{x}=\frac{-2x^2-1}{x}$$

اشارة المشتقة $g'(x)=0$ يعني ان $-2x^2-1=0$ ومنه $g'(x)<0$

جدول التغيرات $g(1)=0$

x	0 1 $+\infty$
$-2x^2-1$	-
x	+
$g'(x)$	-
$g(x)$	$+\infty$ ↘ 0 ↘

لما $x\in]0;1[$ الدالة $g(x)>0$ ولما $x\in]1;+\infty[$ فان $g(x)<0$

II) نعتبر الدالة f معرفة $]0,+\infty[$ بالشكل : $f(x)=\frac{\ln x}{x}-x+2$

أ) النهايات

$$\lim_{x\to0}f(x)=\lim_{x\to0}\frac{\ln x}{x}-x+2=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}-x+2=-\infty$$

1). بين أنه مهما يكن $x\in]0,+\infty[$, $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

الدالة f تقبل الاشتقاق

$$f'(x)=\left(\frac{\ln x}{x}-x+2\right)'$$

$$=-1+\frac{1-\ln x}{x^2}=\frac{-x^2+1-\ln x}{x^2}=\frac{g(x)}{x^2}$$

اشارة المشتق: $f'(x)$ يعني ان $g(x)=0$ ومنه $x=1$

لدينا $f(1)=1$

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$--$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	1	↘ $-\infty$

2) ا) اثبات أن المستقيم (D) الذي معادلته : $y=-x+2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي بين (D) و (C_f) لدينا

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}-x+2+x-2=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$$

ومنه $y=-x+2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني

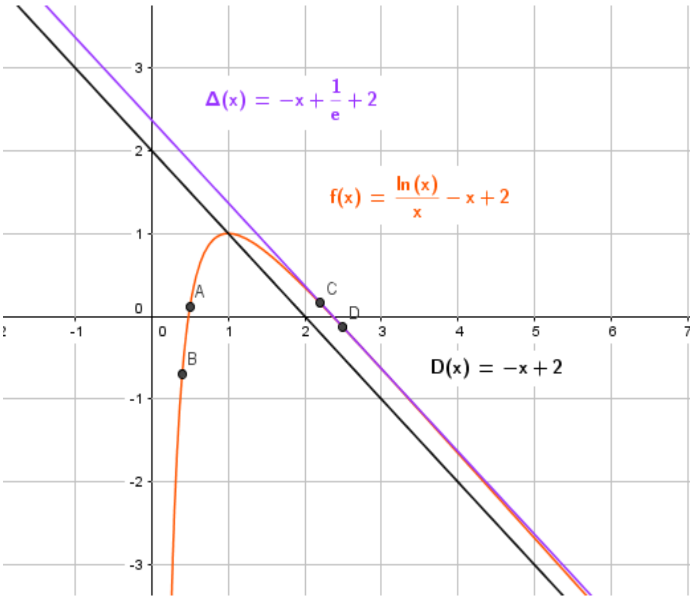
ب) وضعية"المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (D)

$[f(x)-y]=\frac{\ln x}{x}$ ومنه $\ln x=0$ اي ان $x=1$

$x\in]0;1[$ المنحنى (C_f) فوق (D) ولما $x\in]1;+\infty[$ المنحنى (C_f) تحت (D)

3) المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا على المجال $](0,4);(0,5)[$ بما ان الدالة f متزايدة على المجال $]0;1[$ ومستمرة فهي رتيبة و متزايدة ومستمرة على المجال $](0,4);(0,5)[$ فهي رتيبة

وبما ان $f(0,5)\simeq 0.11$ و $f(0,4)=-0,69$ وبما ان $f(0,4)\times f(0,5)\le 0$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(\alpha_1)=0$ تقبل حلا وحيدا على المجال $\alpha_1\in](0,4);(0,5)[$



بما ان الدالة f متناقصة ومستمرة على المجال $]1;+\infty[$ فهي رتيبة فهي متناقصة ومستمرة على المجال $](2,2);(2,5)[$ وهي رتيبة وبما ان $f(2,5)\simeq -0.13$ و $f(2,2)=0,11$

وبما ان $f(2,2)\times f(2,5)\le 0$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(\alpha_2)=0$ تقبل حلا وحيدا على المجال $\alpha_2\in](2,2);(2,5)[$

نستنتج بيانيا ان المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطتين ذات الفاصلة α_2 و α_1

4) ا) النقطة الوحيدة B يكون عندها المماس للمنحني (C_f) موازيا لـ (D) أي $f'(x)=-1$ ومنه $f'(x)+1=0$ ومنه $1-\ln x=0$ ومنه $x=e$

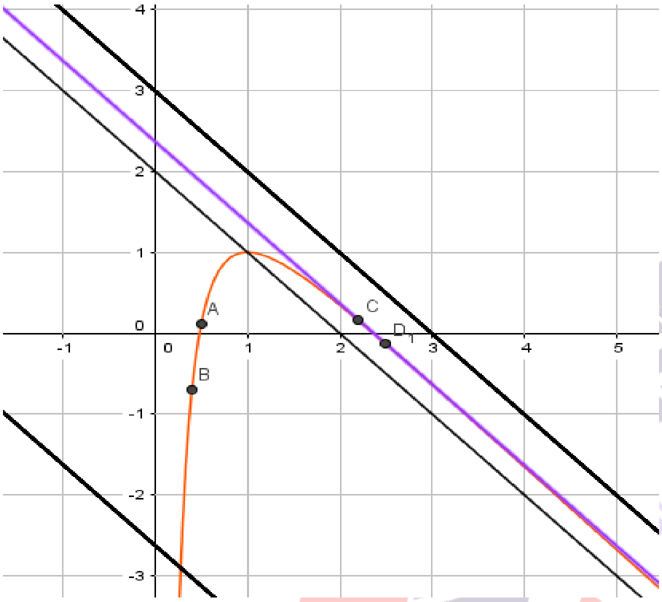
ب) معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة B هي : $y=-(x-e)+f(e)$.

لان $f(e)=\frac{1}{e}-e+2=\frac{1-e^2+2e}{e}$ ومنه

$y=-x+e+\frac{1-e^2+2e}{e}$ أي $y=-x+\frac{1}{e}+2$

5) أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيمان (D) و (Δ)

6) المناقشة البيانية حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد



حلول المعادلة : $(m-2)x=\ln x$

$-x+m=\frac{\ln x}{x}-x+2$ و $f(x)=-x+m$ ومنه

$m\in\left]-\infty;\frac{1}{e}+2\right[$ المعادلة تقبل حل وحيد

$m\in\left]\frac{1}{e}+2;+\infty\right[$ المعادلة لا تقبل حلول