الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية أبي بكر بلقايد — مديرية التربية لولاية ورقلة

امتحان تجريبي شهادة بكالوريا التعليم الثانوي دورة ماي 2016 — الشعبة : آداب وفلسفة

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 02 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (06 ن)

a ، b و C أعداد طبيعية حيث : $a \equiv -3[7]$ ، $b \equiv 1441$ و $C \equiv 1962[7]$

1) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a ، b و C على 7

2) أ)تحقق أن $b \equiv -1[7]$

ب) ماهو باقي القسمة الإقليدية للعدد $2 - b^{2016} + b^{2017}$ على 7 .

3) بين أن العدد $2b + C$ يقبل القسمة على 7

4) أ)عين باقي قسمة كل من الأعداد 2 ، 2^2 ، 2^3 على 7

ب) استنتج أن $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ حيث k عدد طبيعي غير معدوم

ج)عين قيم العدد الطبيعي n حيث $2^n - C^3 \equiv b^{2n}[7]$

التمرين الثاني: (06 ن)

(U_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_0 = 5$ و $U_2 + U_4 = 28$

1. عين الأساس r

2. أكتب عبارة الحد العام U_n بدلالة n. ثم استنتج قيمة U_{15}

3. عين قيمة n حتى يكون $U_n = 2015$.

4. أحسب بدلالة n المجموع S حيث: $S = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots\cdots + U_n$.

5 - أحسب المجموع A=50+53+56………+2015

التمرين الثالث: (08 ن)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(\dot{o}, \vec{i}, \vec{j})$ و f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ ،

(C_f) تمثيلها البياني حيث : $f(x) = 2x^3 + ax^2 + 1$

1) عين قيمة العدد الحقيقي a علما أن المنحني (C_f) يشمل النقطة N(1;0)

2) نعتبر $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$

أ) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) أحسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و أنشئ جدول تغيراتها

3) بين أن النقطة $I(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

4) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة **-1**

5) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x) = (2x+1)(x-1)^2$

ب)عين نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

ج)أنشئ المستقيم (Δ) والمنحني (C_f)

هـ) انشئ المستقيم ذا المعادلة $y = 5$ ثم حل في $\mathbb{R}$ بيانيا المتراجحة : $f(x) \leq 5$

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (6ن)

عين في كل حالة من الحالات التالية الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث مع التعليل:

1) العددان 2016 و 1436 متوافقان بترديد :

أ) 7 ب) 5 ج) 9

2) ليكن k عدد طبيعي غير معدوم ، الأعداد الطبيعية n التي تحقق $n \equiv 2013\,[7]$ هي :

أ) $n = 7k+2$ ب) $n = 7k+1$ ج) $n = 7k+4$

3) باقي القسمة الإقليدية للعدد 77^{21} على 13 هو:

أ) 12 ب) -1 ج) 3

4) (U_n) متتالية حسابية معرفة على N حيث $U_3 = 15$ و $U_6 - 2U_2 = 5$ فإن أساسها r يساوي :

أ) $r = 2$ ب) $r = 3$ ج) $r = 4$

5) (U_n) متتالية هندسية معرفة على N حيث $U_3 = 128$ و $U_5 = 2048$ فإن قيمة الحد الخامس هي:

أ) 384 ب) 2048 ج) 512

التمرين الثالث : (6ن)

(u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_1 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n من N^* : $u_{n+1} = 3u_n + 8$

1) أحسب u_2 , u_3

2) نعرف المتتالية (v_n) على N^* كما يلي: $v_n = u_n + 4$

- أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_1

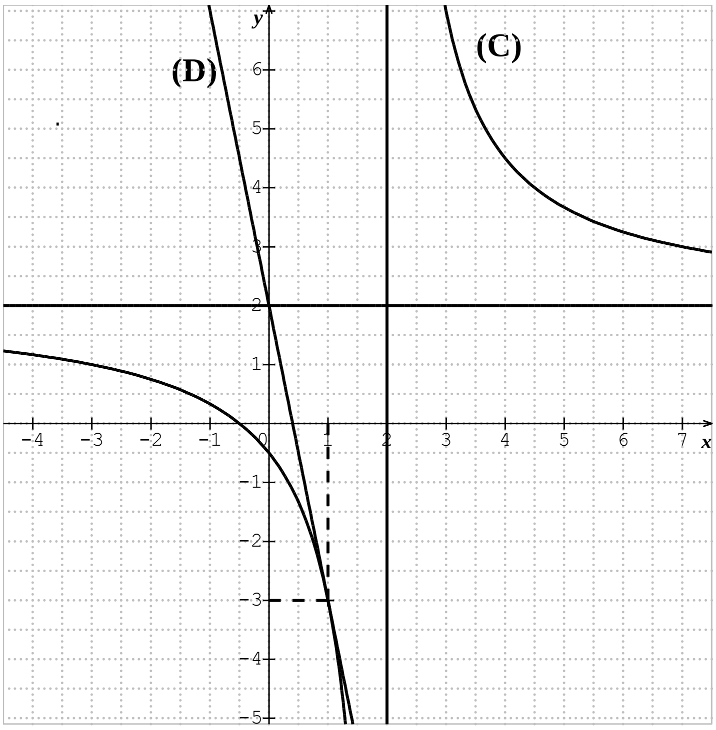
3) أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم أستنتج عبارة u_n بدلالة n

4) عين n بحيث: $u_n = 239$

5) أحسب بدلالة n المجموع $S_n = v_1 + v_2 + ... + v_n$

التمرين الثالث:(8ن)

المنحني (C) المرسوم في الشكل المقابل هو لدالة f معرفة على المجالين $]2 ، +\infty[$ ، $]-\infty ، 2[$



والمماس (D) لـ (C) في النقطة ذات الفاصلة 1

1- خمن نهاية الدالة f عند $+\infty$ ، $-\infty$.

2- بقراءة بيانية عين اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]2 ، +\infty[$ ، $]-\infty ، 2[$

ثم شكل جدول تغيراتها

3- من بين العبارات التالية

أ) $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ ب) $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$

ج) $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$

عين العبارة المناسبة للدالة f مع التبرير

4- أدرس تغيرات الدالة f

5- عين معادلة المستقيم (D)

6- عين نقطة تقاطع (C) مع محور الفواصل

7- حل بيانيا المتراجحة $f(x) > 0$

 نتمنى لكم التوفيق والنجاح

تصحيح ت 1:

$a\equiv -3[7]$ و $b=1441$ و $C\equiv 1962[7]$

1/ تعيين باقي قسمة a ، b و C على 7 :

$a\equiv -3[7]$ إذن $a\equiv -3+7[7]$ ومنه $a\equiv 4[7]$

باقي قسمة a على 7 هو : 4

$1441=7\times 205+6$ إذن $1441\equiv 6[7]$ ومنه $b\equiv 6[7]$

باقي قسمة b على 7 هو : 6

$1962=7\times 280+2$ إذن $1962\equiv 2[7]$ ومنه $C\equiv 2[7]$

باقي قسمة C على 7 هو : 2

2)أ) التحقق أن $b\equiv -1[7]$:

$b\equiv 6[7]$ إذن $b\equiv 6-7[7]$ ومنه $b\equiv -1[7]$

ب) باقي قسمة $b^{2016}+b^{2017}-2$ على 7 :

$b^{2016}+b^{2017}-2\equiv(-1)^{2016}+(-1)^{2017}-2[7]$

$b^{2016}+b^{2017}-2\equiv 1-1-2[7]$

إذن $b^{2016}+b^{2017}-2\equiv -2[7]$

$b^{2016}+b^{2017}-2\equiv -2+7[7]$

$b^{2016}+b^{2017}-2\equiv 5[7]$

باقي قسمة $b^{2016}+b^{2017}-2$ على 7 هو: 5

3)إثبات أن $2b+C$ يقبل القسمة على 7 :

$2b+C\equiv 2(6)+2[7]$ إذن $2b+C\equiv 14[7]$

$14=7\times 2+0$ إذن $14\equiv 0[7]$ ومنه $2b+C\equiv 0[7]$

باقي قسمة $2b+C$ على 7 هو 0 إذن يقبل القسمة على 7

4)أ) تعيين باقي قسمة 2 ، 2^2 و 2^3 على 7 :

$2\equiv 2[7]$ باقي قسمة 2 على 7 هو : 2

$2^2\equiv 4[7]$ باقي قسمة 2^2 على 7 هو : 4

$2^3\equiv 8[7]$ و $8=7\times 1+1$

ومنه $2^3\equiv 1[7]$ باقي قسمة 2^3 على 7 هو : 1

ب)استنتاج أن $2^{3k+1}\equiv 2[7]$

$2^3\equiv 1[7]$ نجد $(2^3)^k\equiv(1)^k[7]$ ومنه $2^{3k}\equiv 1[7]$

$$\begin{cases}2\equiv 2[7]\\ 2^{3k}\equiv 1[7]\end{cases}$$ ومنه $2^{3k}\times 2\equiv 2\times 1[7]$

نجد $2^{3k+1}\equiv 2[7]$

ج)تعيين قيم n حيث: $2^n-C^3\equiv b^{2n}[7]$

لدينا $2^n-2^3\equiv(-1)^{2n}[7]$

$2^n-8\equiv 1[7]$

$2^n\equiv 9[7]$

$9=7\times 1+2$ إذن $2^n\equiv 2[7]$

حسب السؤال السابق $n=3k+1$

تصحيح ت2 : (u_n) متتالية حسابية معرفة على N

حيث: $u_0=5$ و $(1)\ldots..u_2+u_4=28$

1)تعيين الأساس r

لدينا: $u_n=u_0+nr$

إذن: $u_2=u_0+2r=5+2r$

$u_4=u_0+4r=5+4r$

نعوض في العلاقة (1) نجد: $5+2r+5+4r=28$

$6r+10=28$ نجد $6r=18$

نجد $r=\frac{18}{6}$ ومنه $\boxed{r=3}$

2) كتابة u_n بدلالة n :

$u_n=u_0+nr$

$\boxed{u_n=5+3n}$

حساب u_{15} : $u_{15}=5+3(15)=5+45$

$\boxed{u_{15}=50}$

3)تعيين n حيث : $u_n=2015$

$5+3n=2015$

$3n=2010$

$n=\frac{2010}{3}$ ومنه $\boxed{n=670}$ إذن $u_{670}=2015$

4) حساب : $S=u_0+u_1+\ldots\ldots+u_n$:

$S=\frac{n-0+1}{2}(u_0+u_n)$

$S=\frac{n+1}{2}(5+5+3n)$

$S=\frac{n+1}{2}(10+3n)$

5) حساب : $A=50+53+\ldots\ldots+2015$:

لدينا : $u_{15}=50$ و $u_{670}=2015$

ومنه $A=u_{15}+u_{16}+\ldots\ldots+u_{670}$

$A=\frac{670-15+1}{2}(u_{15}+u_{670})$

$S=\frac{656}{2}(50+2015)$ و منه $S=328(2065)$

$S=677320$

حل تمرين 03 :

$f(x)=2x^3+ax^2+1$

1) حساب a : (C_f) يشمل $N(1,0)$ معناه $f(1)=0$

$2(1)^3+a(1)^2+1=0$ نجد $3+a=0$ ومنه $a=-3$

2)أ) حساب النهايات: $f(x)=2x^3-3x^2+1$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(2x^3)=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(2x^3)=+\infty$$

ب دراسة إتجاه تغير f :

حساب المشتق: $f'(x)=6x^2-6x$

إشارة المشتق: $f'(x)=0$

$6x^2-6x=0$ ومنه $6x(x-1)=0$

$6x=0$ أو $x-1=0$

$x=0$ | $x=1$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
إشارة f'		+	0	-	0	+	

f متزايدة على $]1;+\infty[$ و $]-\infty;0]$ ومتناقصة على $[0;1]$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

$f(0)=2(0)^3-3(0)^2+1=1$

$f(1)=2(1)^3-3(1)^2+1=2-3+1=0$

3) إثبت أن $I(0,5;0,5)$ نقطة إنعطاف:

لدينا $f'(x)=6x^2-6x$ ومنه $f''(x)=12x-6$

$12x-6=0$ نجد $12x=6$ إذن $x=\frac{6}{12}$ ومنه $x=\frac{1}{2}$

إشارة المشتق الثاني f''

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
إشارة $f''(x)=12x-6$		-	0	+	

f'' تنعدم عند $\frac{1}{2}$ مغيرة إشارتها و

$f(\frac{1}{2})=2\left(\frac{1}{2}\right)^3-3\left(\frac{1}{2}\right)^2+1=\frac{2}{8}-\frac{3}{4}+1=0.5$

$I(0,5;0,5)$ نقطة انعطاف للمنحني (C_f)

4) معادلة المماس (Δ) للمنحني عند النقطة ذات الفاصلة -1

$y=f'(-1)(x+1)+f(-1)$

$f'(-1)=6(-1)^2-6(-1)$

$f'(-1)=12$

$f(-1)=2(-1)^3-3(-1)^2+1$

$f(-1)=-4$

$y=12(x+1)-4$

$y=12x+12-4$

$\boxed{y=12x+8}$

5) إثبات أن : $f(x)=(2x+1)(x-1)^2$

$(2x+1)(x-1)^2=(2x+1)(x^2-2x+1)$

$=2x^3-4x^2+2\cancel{x}+x^2-2\cancel{x}+1$

$=2x^3-3x^2+1$

$=f(x)$

*** تقاطع (C_f) مع محور الفواصل:** نحل $f(x)=0$

$(2x+1)(x-1)^2=0$

إذن $2x+1=0$ أو $x-1=0$

ومنه $x=\frac{-1}{2}=-0.5$ أو $x=1$

(C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين احداثياهما:

$(-0,5;0)$ و $(1,0)$

رسم (C_f) و(Δ)

لرسم (Δ)

$y=12x+8$

نعين نقطتين

x	-1	0
y	-4	8

ب) الحل البياني للمتراجحة $f(x)\le 5$

نعين المجال التي يكون فيه (C_f) تحت المستقيم $y=5$

$S=]-\infty;2]$