

التمرين الأول: (6.5 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بعدها الأول $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}$

(1) أ - احسب الحدين u_1 و u_2 .

ب - ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq 1$

(3) برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة .

(4) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 1$.

أ - اثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .

ب - عبر عن v_n بدلالة n ثم بين أن: $u_n = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n$

ج - أحسب نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثاني: (6.5 نقاط)

يعطي الجدول أدناه، كميات الحليب، مقدرة بالهكتولتر hL ، التي تمّ تجميعها في إحدى ولايات الوطن من سنة 2006 إلى سنة 2011 :

السنة	2006	2007	2008	2009	2010	2011
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
كمية الحليب المجمّعة y_i (بالهكتولتر hL)	25000	26000	28500	29000	31000	33498

(1) مثلّ سحابة النقط $M(x_i; y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O'(0; 20000)$ و بوحدة $1 cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1 cm$ لكل $2000 hL$ على محور الترتيب.

(2) أ- عيّن إحداثيتي النقطة المتوسطة G لهذه السحابة.

ب- عيّن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا. (تعطى نتائج كل حساب مدوّرة إلى 10^{-2})

(3) قدر كمية الحليب التي يمكن تجميعها في سنة 2015 باستعمال التعديل الخطي السابق.

(4) إذا اعتبرنا أن كمية الحليب المجمّعة في السنوات الموالية لسنة 2011 تتّيم بنفس الوتيرة التي تمت بها من

سنة 2006 إلى سنة 2011، فابتداءً من أية سنة ستتعدى الكمية المجمّعة $50000 hL$ ؟

التمرين الثالث: (7 نقاط)

$$f \text{ دالة معرفة على } R - \{-1\} \text{ بـ: } f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) حل في R المعادلة ذات المجهول x التالية: $x^2 + 2x + 5 = 0$

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل x من R : $f(x) = ax + b - \frac{4}{x+1}$

(4) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ هو مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

(5) أ - اثبت أنه من أجل كل x من $R - \{-1\}$: $f'(x) = \frac{x^2 + 2x + 5}{(x+1)^2}$

ب - ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(6) اوجد إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

(7) احسب $f(0)$ ثم أنشئ كل المستقيمات المقاربة والمنحنى (C_f) .