الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **ثانوية أفلح بن عبد الوهاب – تيارت–**

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — **دورة : جوان 2020**

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات — **المدة : 03 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

بعد اجتياز الإمتحان النظري لمسابقة توظيف بإحدى المؤسسات سجلنا ما يلي: % 75 من المترشحين عملوا بجد، تم توظيف % 80 منهم و % 70 من المترشحين الذين لم يعملو بجد لم يتم توظيفهم.

نرمز بـ T للحدث " المترشح عمل بجد " و بـ R " المترشح تم توظيفه "

❶ شكل شجرة الإحتمالات المثقلة.

❷ احسب احتمال الحدث " المترشح عمل بجد و تم توظيفه "

❸ بين أن احتمال الحدث R هو 0.675 .

❹ المترشح لم يتم توظيفه. ما إحتمال أنه عمل بجد.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

❶ عين الجذرين التربيعيين للعدد المركب α حيث: $\alpha = 2+2\sqrt{3}i$.

❷ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z التالية: $\left(Z^2-2-2\sqrt{3}i\right)\left(Z^2-2\sqrt{3}Z+4\right)=0$.

❸ نعتبر المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.

لتكن النقط A; B و C ذات اللواحق $Z_A=\sqrt{3}+i$; $Z_B=\overline{Z_A}$ و $Z_C=-Z_A$ على الترتيب.

أ// اكتب Z_A على الشكل الأسي ثم استنتج الشكل الأسي لكل من Z_B و Z_C.

ب// استنتج أن النقط A; B و C تنتمي إلى نفس الدائرة، يطلب تعيين عناصرها المميزة.

ج// اكتب على الشكل الجبري العدد المركب L حيث: $L=\left(\frac{Z_A}{2}\right)^{1954}\times\left(\frac{Z_B}{2}\right)^{1962}\times\left(\frac{Z_C}{2}\right)^{1440}$.

❹ ليكن التحويل النقطي f الذي يحقق: $f(B)=A$ و $f(O)=O$.

أ// عين العبارة المركبة للتحويل f ثم استنتج طبيعته، يطلب تعيين عناصره المميزة.

ب// عين طبيعة المجموعة (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z حيث:

$$\left(Z-Z_A\right)\cdot\overline{\left(Z-Z_A\right)}=Z_C\cdot\overline{Z_C}$$

ETest M 3AS S 2020/001

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.

نعتبر النقط A; B; C و D ذات اللواحق $Z_A=3+\sqrt{3}+i\left(-3+\sqrt{3}\right)$; $Z_B=3+i\sqrt{3}$; $Z_C=\frac{Z_A}{Z_B}$ و $Z_D=-i\,Z_B$ على الترتيب.

❶ أ// بين أن: $Z_C=1-i$ ثم اكتب كلا من Z_C و Z_B على الشكل الأسي.

ب// بين أن: $Z_A=2\sqrt{6}e^{-\frac{\pi}{12}i}$ ثم استنتج أن: $\tan\frac{\pi}{12}=2-\sqrt{3}$.

❷ بين أن: $\left(\frac{Z_A}{2\sqrt{6}}\right)^{2020}+i\left(\frac{Z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{1441}=0$.

❸ بين أن قيم العدد الطبيعي n و التي تحقق $\left(\frac{Z_A}{2\sqrt{6}}\right)^n=\left(\frac{Z_B}{2\sqrt{3}}\right)^n$ هي $n=8k$ مع $k\in\mathbb{N}$.

(Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي لاحقتها Z حيث $\arg\left(iZ+Z_D\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$.

❹ بين أنه يمكن كتابة (Γ) على الشكل $\arg\left(Z-Z_B\right)=k\pi$، ثم حدد طبيعة المجموعة (Γ) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء I : نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2\ln(x)+\frac{x-1}{x}$.

❶ ادرس تغيرات الدالة g.

❷ احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

الجزء II : لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(x-1)^2\ln(x)+x-1$.

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

❶ احسب $\lim_{x\underset{>}{\to}0}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.

❷ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=(x-1)g(x)+1$.

❸ استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

❹ بين أن (C_f) يقبل مماسا معامل توجيهه 1 .

❺ اكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

❻ ادرس الوضع النسبي بين (T) و (C_f). ماذا تستنتج؟

❼ احسب $f(2)$ و $f(3)$ ثم ارسم (T) و (C_f).

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على IN بـ: $u_0=0$ و بالعلاقة $u_{n+1}=\frac{1}{2}(3u_n-1)$.

❶ برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n \le 1$.

❷ ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على IN بـ: $v_n-u_n=\alpha$ حيث α عدد حقيقي ثابت.

❶ عين قيمة α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية، يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

❷ اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

❸ احسب كل من P_n و S_n بدلالة n حيث: $P_n=v_0\times v_1\times\cdots\times v_n$ و $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء I : نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR بـ: $g(x)=4e^{-x}-4x+5$.

❶ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

❷ ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

❸ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1.45\,;1.5[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

الجزء II : لتكن الدالة f المعرفة على IR بـ: $f(x)=\frac{(4x-1)e^{-x}}{1+e^{-x}}$.

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

❶ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

❷ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=4x-1$ مقارب مائل لـ (C_f).

❸ اثبت أنه من أجل كل x من IR: $f'(x)=\frac{e^{-x}g(x)}{(1+e^{-x})^2}$.

❹ عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ و فسر النتيجة بيانيا.

❺ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

❻ بين أن $f(\alpha)=4\alpha-5$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

❼ ارسم (Δ) و (C_f).

❽ m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x)=m$.

ETest M 3AS S 2020/001

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كرات لا نفرق بينها باللمس، منها 5 كرات بيضاء و 3 كرات حمراء و كرتان خضراوان.

نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق و نعتبر الحوادث التالية:

A " من بين الكرات المسحوبة توجد كرة خضراء واحدة فقط "

B " من بين الكرات المسحوبة توجد بالضبط ثلاث كرات من نفس اللون "

C " سحب كرتين على الأكثر حمراوين "

D " سحب على الأقل كرتين بيضاوين "

❶ احسب $P(A)\,;\,P(B)\,;\,P(C)$ و $P(D)$.

❷ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات الخضراء المسحوبة.

أ// عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X و احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ب// احسب $E(X^2-1\le 0)$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[1;3]$ حيث: $f(x)=\frac{-3}{x-4}$.

❶ ادرس إتجاه تغير الدالة f ثم اثبت أنه إذا كان $x\in[1;3]$ فإن $f(x)\in[1;3]$.

❷ نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=2$ و من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ// برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1\prec u_n\prec 3$.

ب// اثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على IN.

ج// استنتج أن (u_n) متقاربة ثم عين نهايتها.

❸ لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على IN كما يلي: $v_n=\frac{u_n-1}{u_n-3}$.

أ// اثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب// اكتب v_n بدلالة n ثم احسب المجموع: $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$.

ج// عين العدد الطبيعي n الذي يحقق: $3+2S_n=\frac{1}{27}$.