

## اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

$f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{1}{3}(2x + \frac{1}{x^2})$

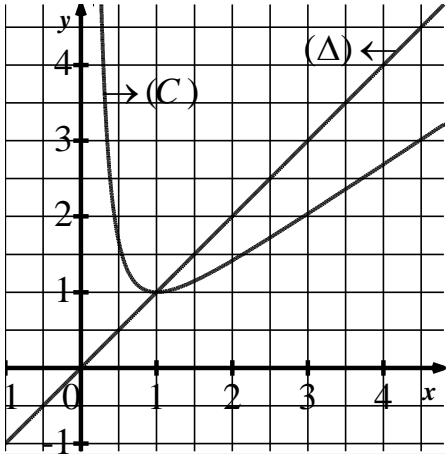
$(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بحدها الأول  $u_0 = 3$

ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = f(u_n)$  ،

وليكن  $(C)$  التمثيل البياني للدالة  $f$

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

و  $(\Delta)$  المستقيم ذو المعادلة  $y = x$  (أنظر الشكل المقابل)



1° مثل الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$  على محور الفواصل دون حسابها مبرزا

خطوط التمثيل أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  وتقاربها

2° أ°/ أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : 1 \leq u_n \leq 3$

ب°/ أثبت أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة

3° أ°/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_{n+1} - 1 \leq \frac{2}{3}(u_n - 1)$

ب°/ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n - 1 \leq 2 \left(\frac{2}{3}\right)^n$  ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الثاني

في كل ما يلي  $n$  عدد طبيعي غير معدوم

من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم نعرف الدالة  $f_n$  على المجال  $]-1, +\infty[$  بـ:  $f_n(x) = x^n \ln(x+1)$

و  $(C_n)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1° لتكن  $g_n$  الدالة المعرفة على المجال  $]-1, +\infty[$  بـ:  $g_n(x) = n \ln(x+1) + \frac{x}{x+1}$

برهن أن :

أ°/ إذا كان  $-1 < x < 0$  فإن  $g_n(x) < 0$

ب°/ إذا كان  $x > 0$  فإن  $g_n(x) > 0$

2° أ°/ أحسب :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$  ثم  $\lim_{x \rightarrow -1} f_n(x)$  (لاحظ  $n$  زوجي و  $n$  فردي)

ب°/ تحقق أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $]-1, +\infty[$

$f_n'(x) = x^{n-1} g_n(x)$  :  $n > 1$  ومن أجل كل  $f_1'(x) = g_1(x)$

ج°/ شكل جدول تغيرات الدالة  $f_n$

3° أدرس الوضع النسبي للمنحنيين  $(C_1)$  و  $(C_2)$

4° أرسم  $(C_1)$  ،  $(C_2)$

## التمرين الثالث:

- لتكن المعادلة التفاضلية المعرفة على  $i$  بـ :  $y' + y = 4xe^x$  ..... (1)
- 1° حل في  $i$  المعادلة التفاضلية  $y' + y = 0$  ..... (2) حيث  $y$  دالة قابلة للاشتقاق على  $i$
- 2° أ°/ بين أن الدالة  $u$  المعرفة على  $i$  بـ :  $u(x) = (2x - 1)e^x$  هي حلاً للمعادلة (1)
- ب° اثبت أن: الدالة  $v$  حلاً للمعادلة (2) معناه الدالة  $u + v$  حلاً للمعادلة (1)
- ج° استنتج مجموعة حلول المعادلة (1)
- 3° عين الدالة  $f$  حيث  $f$  هي حل للمعادلة التفاضلية (1) و تحقق  $f(0) = 1$
- 4° نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $w_n = e^{-n}f(n)$
- أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $s_n$  حيث :  $s_n = w_0 + w_1 + \dots + w_{n-1}$

## التمرين الرابع

- I) لتكن  $g$  الدالة المعرفة على  $i$  بـ :  $g(x) = 4e^{-x} - 4x + 5$
- 1° أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
- 2° أدرس تغيرات الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها
- 3° بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  في المجال  $]1.45 ; 1.5[$
- 4° استنتج إشارة  $g(x)$
- II) لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $i$  بـ :  $f(x) = \frac{(4x - 1)e^{-x}}{1 + e^{-x}}$
- و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 1° أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم فسر النتيجة هندسياً
- 2° أ°/ أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- ب° بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = 4x - 1$  مستقيم مقارب مائل للمنحني  $(C_f)$
- ج° أدرس وضعية المنحني  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$
- 3° أ°/ بين أنه من أجل كل  $x$  من  $i$  :  $f'(x) = \frac{e^{-x}g(x)}{(1+e^{-x})^2}$  ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$
- ب° بين أن  $f(\alpha) = 4\alpha - 5$  ثم عين حصرًا للعدد  $f(\alpha)$
- 4° أرسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$
- 5°  $m$  وسيط حقيقي ، ناقش بيانياً حسب قيم  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة :  $f(x) = mx - 1$