

المدة : 3 ساعات و نصف

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 ن)

في كل ما يلي اختار الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المقترحة مع التبرير

السؤال	الاقتراح 01	الاقتراح 02	الاقتراح 03
(1) مجموعة تعريف الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \ln(2 - 3x)$	$D_f = \left] -\infty; -\frac{2}{3} \right[$	$D_f = \left] -\infty; \frac{2}{3} \right[$	$D_f = \left] \frac{2}{3}; +\infty \right[$
(2) الدالة الاصلية للدالة h حيث و التي تندم من أجل القيمة 1 هي الدالة H المعرفة على المجال $[0; +\infty)$ بـ: $h(x) = \frac{\ln x}{x} + 1$	$H(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2 - x + 1$	$H(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + x + 1$	$H(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + x - 1$
(3) قيمة العدد A هي: $A = \int_2^4 \frac{2x}{(x^2 - 1)^2} dx$	$\frac{3}{4}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{4}{15}$
(4) حلول المعادلة (E) في \mathbb{R} حيث $(E): e^{2x} + e^x + 1 = 0$	ϕ	$\{1\}$	$\{-2, 1\}$

التمرين الثاني: (04 ن)

(1) لنكن (u_n) المتالية الحسابية المعرفة على \mathbb{N} بحدها الاول $u_0 = 2$ و اساسها $r = -2$

أ - أحسب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ حيث :

ب - جد n ادا كان $S_n = -70$.

(2) (2) متالية عدديّة المعرفة على \mathbb{N} بـ:
 $v_n = 2^{u_n}$

أ - أثبت ان (v_n) متالية هندسية يطلب تحديد أساسها q و حدتها الاول v_0 .

ب - اكتب v_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n$.

ج - أحسب بدلالة n المجموع $S'_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ حيث :

التمرين الثالث (05 ن)

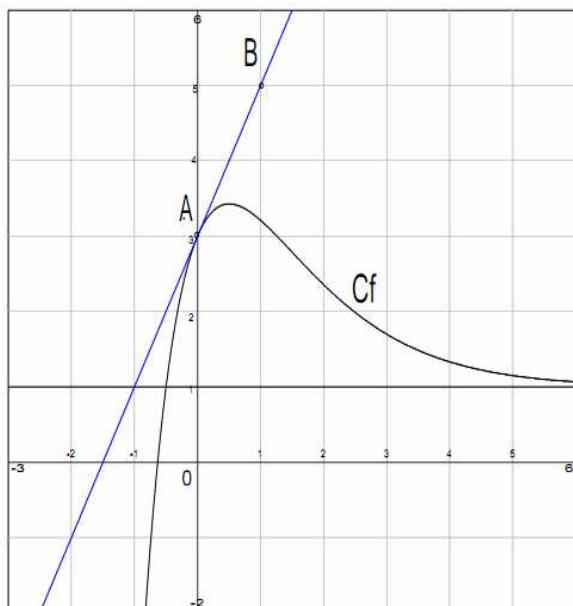
يمثل الجدول التالي انتاج البترول في الجزائر (الوحدة الف برميل)

السنة	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
الرتبة x_i	0	1	2	3	4	5	6
الانتاج y_i	752	762	800	811	830	858	893

- (1) أ) مثل سحابة النقط $(x_i; y_i)$ في معلم متعمد مبدأ $O(0; 720)$.
 ب) يمثل رتبة واحدة على محور الفواصل و $1cm$ يمثل 20 الف على محور التراتيب.
 (2) عين احداثي G النقطة المتوسطة للسحابة و مثلها في المعلم السابق.
 أ) أوجد معادلة مستقيم الانحدار $y = ax + b$ تعطى a و b مدورة الى الوحدة . ثم انشئ هذا المستقيم .
 ب) باستعمال هذا التعديل كم يكون الانتاج سنة 2015 و متى يبلغ الانتاج 1344 الف طن؟

التمرين الرابع (07 ن)

I . في المستوى المنسوب الى معلم متعمد و متجانس $(\vec{i}; \vec{j}; O)$ نعتبر المنحني (C_f) الممثل للدالة f المعرفة على \mathbb{R} . و ل يكن (T) المماس للمنحني (C_f) في النقطة $A(0; 3)$ و المار من النقطة $B(1; 5)$.



- 1) عين بيانيا : $f'(0)$ و $f'(1)$.
 2) عين معادلة ديكارتية للمماس (T) .
 3) نفرض ان $f(x) = 1 + \frac{ax+b}{e^x}$ حيث a, b عددان حقيقيان .
 أ) أحسب عبارة $f'(x)$ بدالة كلًا من a, b .
 ب) باستعمال المعطيات السابقة عين كلًا من a, b .

$$f(x) = 1 + \frac{4x+2}{e^x} . \text{يعطى : II}$$

- 1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها .
 2) أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

III . نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} :

$$g(x) = (4x+2)e^{-x}$$

- 1) عين العددين الحقيقيين α, β بحيث تكون الدالة G المعرفة على \mathbb{R} دالة اصلية للدالة g على \mathbb{R} .
 2) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=2$ و $x=0$ ، $y=1$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 ن)

أعطيت نتائج دراسة حول منتج مستهلك السلسلة الاحصائية المخصصة في الجدول حيث x_i هو الثمن بالدينار و y_i هو الكمية المطلوبة بالطن

x_i الثمن	100	115	120	130	137	150	165	188	200
y_i الكمية	5,8	5,2	5,1	4,8	4,6	4,3	4	3,7	3,5

- 1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعمد مناسب
 - هل التعديل الخطى مبرر؟.
- 2) أكتب المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار (Δ) (y بدلالة x). (يعطى المعاملان مدوران إلى 10^{-2})
 - ب) أنشئ هذا المستقيم في نفس المعلم
 - ج) أحسب الكمية المطلوبة للمنتج بالنسبة لثمن مقداره 245 دينار للكيلوغرام
- 3) نضع $\frac{100}{y} = z$. أحسب القيم z_i مدوراة إلى 10^{-1} ثم عين المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار (z بدلالة x). (يعطى المعاملان مدوران إلى 10^{-2})
 - استنتج الدالة f التي ترافق الثمن x الكمية المطلوبة y حسب هذا التعديل. ثم عين $f(245)$.
 - 4) نعلم أنه من أجل الثمن 245 دينار تكون الكمية المطلوبة المنتوج هي 3,2 طن
 - أي التعديلين أدق؟.

التمرين الثاني : (04 ن)

لتكن (u_n) متتالية عدديّة معرفة بـ $u_0 = 4$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{3}{2}$

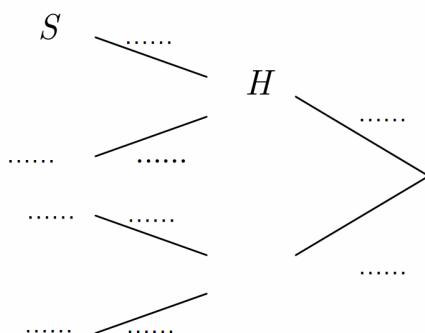
- 1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فان $u_n > 3$.
 - ب) برهن أن المتتالية (u_n) متاقصّة تماماً ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة . عين نهاية المتتالية (u_n) .
 - 2) نعتبر المتتالية العدديّة (v_n) المعرفة بـ $v_n = u_n - 3$.
 - أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.
 - ب) أحسب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .
 - ج) استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 3$ ثم أحسب نهاية المتتالية (u_n) .
 - د) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ ، $S_n = 3n + 5 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$ بين أن

التمرين الثالث : (04 ن)

الجدول التالي يعطي توزيع 100 منخرط في احدى النوادي السياحية .

	رجال	نساء
يمارس رياضة	48	12
لا يمارس رياضة	16	24

لتكن H حادثة " السائح المختار رجل " و F حادثة " السائح المختار امرأة " و S حادثة " المنخرط يمارس رياضة ". نختار عشوائياً منخرطاً .



(1) أكمل شجرة الاحتمالات التالية :

(2) أحسب احتمال الحوادث التالية :

أ) السائح المختار رجل .

ب) السائح المختار امرأة تمارس رياضة .

ج) سائح لا يمارس أية رياضة .

د) السائح المختار يمارس رياضة علماً أنه رجل .

التمرين الرابع : (07 ن)

ا. نعتبر الدالة g المعرفة على $[0; +\infty]$ كما يلي :

1. أحسب نهايات الدالة g عند حدود مجموعة التعريف .

2. أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أثبت أن المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حلًا وحيدًا يحقق :

4. إستنتج إشارة $g(x)$.

ii. لتكن الدالة f المعرفة على $[0; +\infty]$ بـ :

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجال التعريف . (نقبل أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$)

2. أثبت أنه من أجل كل x من $[0; +\infty]$ $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$. $f'(x)$ هي الدالة المشتقة للدالة (f) .

3. أدرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. أثبت أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = 1 - x$ مقابِل مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

5. أوجد فاصلَة نقطة تقاطع (C_f) و (D) .

6. أثبت أن $f(\alpha) = 1 - 2\alpha + \frac{1}{\alpha}$

7. أحسب $f(0.3)$ و $f(1.8)$ ثم أرسم (C_f) و (D) . (نأخذ $f(\alpha) \approx 1.2$.)

8. عين مشتقة الدالة : $y = [\ln(x)]^2$ ، ثم إستنتج دالة أصلية للدالة f على $[0; +\infty]$.

9. أحسب : $\int_{\frac{1}{e}}^1 [f(x) - (1 - x)] dx$ ثم فسر النتيجة هندسياً .