ثانوية أول نوفمبر 54
بالأغواط

ساعتان
30 نوفمبر 2015

3
ع تجريبية

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

الجزء الأول

التمرين الأول
(الاجابة: 0.25نقطة ، التبرير: 01 نقطة)(التوقيت: 25د)

5

أجب بـ : صح أو خطأ مع التبرير

1) المعادلة: $lnx^2 = \ln(3x+4)$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ .... (1.25)

2) حل المعادلة التفاضلية: $y' + 3y = 2$ والذي يحقق $f(0) = \frac{-1}{3}$ هو الدالة: $f(x) = -e^{-3x} + \frac{2}{3}$.............(1.25)

3) حل المتراجحة: $\log(x-1) > -3$ في $]1, +\infty[$ هو: $s =]1+e^{-3}; +\infty[$ .... (1.25)

4) $\lim_{x\to -1}\left[\frac{2x}{x+1} - ln(x+1)\right] = +\infty$ (نقبل أن: $\lim_{X\to 0} XlnX = 0$)........................(1.25)

التمرين الثاني
(التوقيت:30د)

6

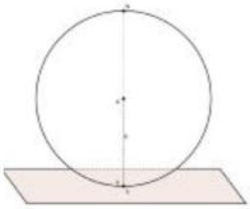
في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط: $A(1;2;-2)$، $B(0;3;-3)$، $C(1;1;-2)$

$\Omega(0;1;-1)$ والمستوي (P) الذي معادلته: $x + y - 3 = 0$

1) أ . أحسب بعد النقطة Ω عن المستوي (P).. (0.75)

ب) استنتج أن معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها Ω والمماسة للمستوي (P) هي:

$x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z = 0$ .... (01.25)



2). أ) بين ان النقط A , B , C تعين مستوي.. (0.75)

ب) عين شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)....... (0.5+01)

3). أ) تحقق من أن سطح الكرة (S) مماس للمستوي (ABC).................................... (0.75)

ب) أحسب المسافة ΩC واستنتج نقطة تماس (S) والمستوي.................................. (0.5+0.5)

الجزء الثاني

التمرين الثالث
(التوقيت:50د)

9

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2 + (3-2x)e^x$

1. أحسب نهايتي الدالة g عند $+\infty$ وعند $-\infty$ .... (0.5+0.25)

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها .... (0.5+0.5)

3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\propto$ حيث : $\propto \in]1.68, 1.69[$ واستنتج إشارة $g(x)$.... (0.5+0.75)

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{e^x+4x-1}{e^x+1}$، (C_f) تمثيلها البياني

1. أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ وماذا تستنتج بالنسبة إلى (C_f) .... (0.25+0.25+0.5)

2. أثبت أن : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$ .... (0.75)

3. بين أن: $f(\propto) = 4\propto -5$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\propto)$ .... (0.25+0.25)

4. أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .... (0.25+0.25)

5. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = 4x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$ .... (0.5)

وأدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .... (0.5)

6. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .... (0.5)

7. أرسم كلا من (T) و (Δ) و (C_f) .... (0.5+0.25+0.25)

8. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي عدد وإشارة حلول المعادلة : $me^x - 4x + m + 2 = 0$ .... (0.75)

أساتذة المادة...

بالتوفيق

التمرين الاول: (الاجابة: 0.25نقطة ، التبرير: 01 نقطة)

1) صحيح ، التبرير: 1.25

المعادلة معرفة على $]0;+\infty[\cup]\frac{-4}{3};0[$ ، تكافئ $x^2-3x-4=0$، $\Delta=25$ لها حلان هما $x_1=-1$ و $x_2=4$

2) صحيح، التبرير: تكتب المعادلة $y'=-3y+2$ حلولها $y=ce^{-3x}+\frac{2}{3}$ ، تحقق $f(0)=\frac{-1}{3}$ أي $ce^0+\frac{2}{3}=-\frac{1}{3}$ 1.25

أي $c=-1$ ومنه $y=-e^{-3x}+\frac{2}{3}$

3) خطأ ، التبرير: المتراجحة معرفة على $]1;+\infty[$، تكافئ $x-1>10^{-3}$ أي $s=]1+10^{-3};+\infty[$ 1.25

4) خطأ ، التبرير:

$$\lim_{x\to-1}\left[\frac{2x}{x+1}-ln(x+1)\right]=\lim_{x\to-1}\frac{1}{x+1}[2x-(x+1)\ln(x+1)]=-\infty$$ 1.25

لأن : $\lim_{x\to-1}(x+1)\ln(x+1)=0$ حسب $\lim_{X\to0}XlnX=0$

التمرين الثاني:

1) أ) $d(\Omega;(p))=\frac{|1-3|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ 0.75

ب) (p) يمس (s) معناه $r=d(\Omega;(p))=\sqrt{2}$ أي $(s): (x-0)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=(\sqrt{2})^2$ 1.25

ومنه: $(S): x^2+y^2+z^2-2y+2z=0$

2) أ) بما أن $\overrightarrow{AB}(-1;1;-1)$ و $\overrightarrow{AC}(0;-1;0)$ غير مرتبطان خطيا فالنقط A , B ,C تعين مستوي 0.75

ب) لدينا $\vec{n}(a;b;c)$ ناظمي لـ (ABC) معناه $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ أي $-a+b-c=0$ و $-b=0$ أي

$a=-c$ و $b=0$ ، بوضع $c=1$ نجد $a=-1$ و $b=0$ ومنه $\vec{n}(-1;0;1)$ 01

معادلة (ABC) من الشكل: $ax+by+cz+d=0$ حيث: $a=-1$ و $b=0$ و $c=1$ أي

$(ABC): -x+z+d=0$ وبماأن A تنتمي إلى (ABC) فإن $-1-2+d=0$ أي $d=3$ ومنه 0.5

$(ABC): -x+z+3=0$

3) أ) لدينا $d(\Omega;(ABC))=\frac{|-1+3|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}=r$ أي (ABC) يمس سطح الكرة (S) 0.75

ب) $\Omega C=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$ ، بماأن $\Omega C=r$ و C تنتمي إلى (ABC) فإن نقطة التماس هي C 0.5

0.5

التمرين الثالث:

0.5
0.25

I- 1) $\lim_{x\to-\infty}g(x)=2$ و $\lim_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$

2) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $g'(x)=(1-2x)e^x$ ومنه اشارة g' من نفس اشارة $1-2x$ 0.5

أي g متزايدة على $]-\infty;\frac{1}{2}]$ و متناقصة على $[\frac{1}{2};+\infty[$ ، ومنه جدول تغيرات g كالاتي:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	2	$\nearrow$	$g(\frac{1}{2})$	$\searrow$	$-\infty$

0.5

3) الدالة g متناقصة ومستمرة على $[1.68;1.69]$ و $g(1.68)\times g(1.69)<0$ ، إذن حسب نظرية القيم المتوسطة 0.75

المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\propto$ حيث $1.68<\propto<1.69$

– اشارة $g(x)$ 0.5

x	$-\infty$		$\propto$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

0.25
0.5
0.25

II . 1) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$ ، نستنتج أن $(d): y = 1$ مستقيم مقارب ل (C_f)

0.75 **2)** نثبت ببساطة أن من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$

0.25 **3)** لدينا $g(\alpha) = 0$ ومنه $(3 - 2\alpha)e^{\alpha} + 2 = 0$ وبماأن $f(\alpha) = \frac{e^{\alpha}+4\alpha-1}{e^{\alpha}+1}$، فإن $f(\alpha) = \frac{(2\alpha-1)(4\alpha-5)}{(2\alpha-1)}$

وعليه $f(\alpha) = 4\alpha - 5$

0.25 نعلم أن $1.68 < \alpha < 1.69$ ومنه $4 \times 1.68 - 5 < f(\alpha) < 4 \times 1.69 - 5$، أي

$1.72 < f(\alpha) < 1.76$

0.25 **4)** اشارة f' هي من نفس اشارة g وسبق أن درسنا اشارة $g(x)$ وعليه جدول تغيرات f كالآتي:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$4\alpha - 5$	↘	1

0.25

0.5 **5)** لدينا $\lim_{x\to-\infty}[f(x) - (4x-1)] = \lim_{x\to-\infty}\left[\frac{e^x+4x-1}{e^x+1} - (4x-1)\right] = \lim_{x\to-\infty}\frac{2(1-2x)e^x}{e^x+1} = 0$

ومنه المستقيم $(\Delta): y = 4x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

الوضعية: حسب ماسبق اشارة $f(x) - y$ من نفس اشارة $(1 - 2x)$أي

0.5

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f(x) - y$		+	0	−	
الوضعية		(C_f) فوق (Δ)		(C_f) تحت (Δ)	

(C_f) و (Δ) يتقاطعان في النقطة $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

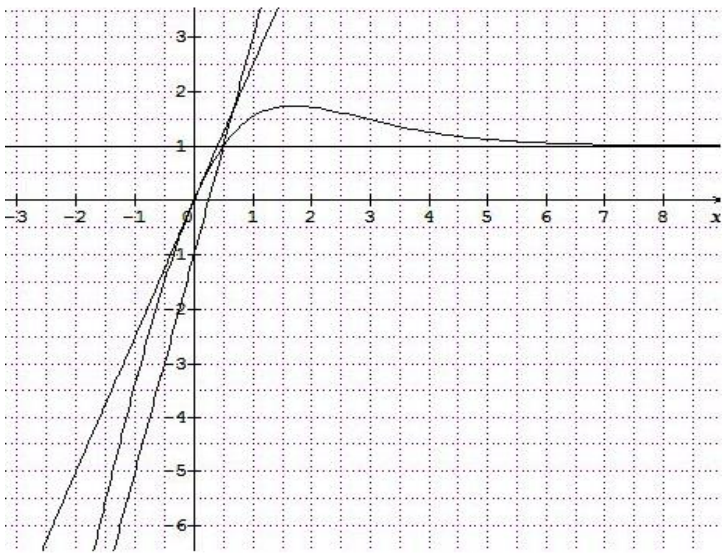
0.5 **6)** معادلة (T) مماس (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 هو: $y = \frac{5}{2}x$

7) الرسم

8) المناقشة البيانية: لدينا $me^x - 4x + m + 2 = 0$ يعني $m(e^x + 1) = 4x - 2$ أي $m = \frac{4x-2}{e^x+1}$

0.75 ومنه $m + 1 = 1 + \frac{4x-2}{e^x+1}$ أي $f(x) = m + 1$،حلول هذه المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم $y = m + 1$

أي:



- ✓ إذا $m < -1$ فإن للمعادلة حل وحيد سالب
- ✓ إذا $-1 \le m \le 0$ فإن للمعادلة حل وحيد موجب
- ✓ 0.25 إذا $0 < m \le 4\alpha - 6$ للمعادلة حلين موجبين تماما
- ✓ إذا $m = 4\alpha - 6$ فإن للمعادلةحل وحيد موجب تماما
- ✓ إذا $m > 4\alpha - 6$ فإن المعادلة لا تقبل حلولا

0.25

0.5

مع تمنياتي لكم بالنجاح

أستاذ المادة