الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية أول نوفمبر 1954- الاغواط

الامتحان التجريبي لبكالوريا التعليم الثانوي — دورة ماي 2019

الشعبة: الرياضيـــــات — يوم : 20 ماي 2019

اختبار في مادة الرياضيات — المدة :04 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

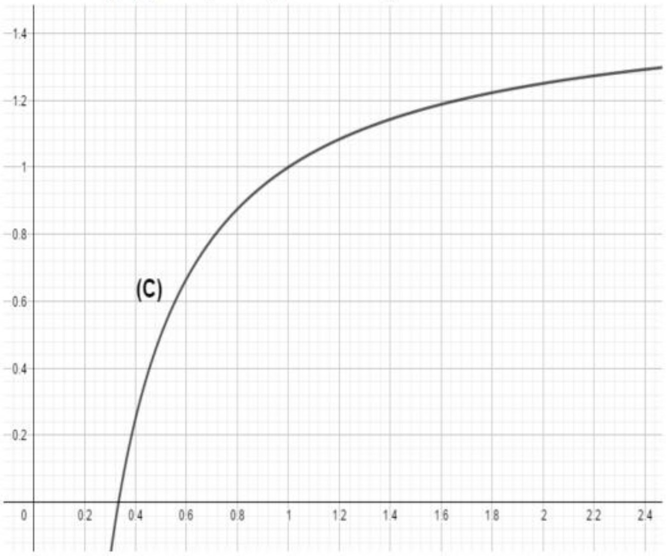
الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط) :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ كما يلي : $f(x)=\frac{3x-1}{2x}$ وليكن (C) تمثيلها البياني في مستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس (في الوثيقة المرفقة) .

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$

2) (U_n) متتالية عددية معرفة على N ب : $U_0=2$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$



ا- مثل الحدود U_3,U_2,U_1,U_0 على محور الفواصل مبرزا خطوط الانشاء.

ب- يرهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n :

$U_n>1$

ج- بين ان المتتالية (U_n) متناقصة تماما. ماذا تستنتج ؟

3) ا- اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n :

$$0<U_{n+1}-1\leq\frac{1}{2}(U_n-1)$$

ب- استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n :

$0<U_n-1\leq\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ،

ثم عيّن نهاية المتتالية (U_n)

4) لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على N كما يلي $v_n=\frac{U_n-1}{2U_n-1}$

ا- بين ان (v_n) هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الاول ; ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n

ج- احسب المجموع S_n حيث: $S_n=\frac{V_0-1}{U_0}+\frac{V_1-1}{U_1}+\cdots+\frac{V_n-1}{U_n}$

التمرين الثاني(04.5 نقاط) :

1 الفضاء منسوب لمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، لتكن (p_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ التي تحقق $m^2x+(m+1)y+(m^2+m+1)z=(m+2)^2$ حيث m وسيط حقيقي

1. أ) برّر ان (p_m) مستو مهما كان الوسيط الحقيقي m .

ب) بين ان كل المستويات تشمل مستقيما ثابتا (D) يطلب إعطاء تمثيل وسيطي له .

2. نعتبر النقطة $A\ (0; 1; -1)$ والمستقيم (Δ) الذي $(t \in \mathcal{R})$ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 + t \\ z = -t \end{cases}$ تمثيل وسيطي له.

اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (p) الذي يحوي(Δ) ويمر بالنقطة A .

3. ليكن(Q) و (R) المستويين المعرفين بالمعادلتين الدكار تيتين $x - y + 2z + 3 = 0$ و $2x - y + z + 2 = 0$ على الترتيب

اثبت ان (Q) و(R) متقاطعان وعين تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعهما.

4. لتكن النقطة $I\ (1; 0; 0)$

أ) أثبت أنه يوجد سطح كرة وحيد(S) ذي المركز I يمس كلا من (Q) و (R)

ب) اوجد معادلة ديكارتية ل (S)

5. لتكن (S_m) مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء والتي تحقق

$x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 4my + 5m^2 - 6 = 0$ حيث $m \in \mathcal{R}$

أ) اثبت أن (S_m) سطح كرة ، يطلب تعين مركزهI_m ونصف قطره R.

ب) عين مجموعة النقط $\boldsymbol{I_m}$ لما m يمسح $\mathcal{R}$

ج) ناقش حسب قيم m تقاطع (S_m) و (Q) .

التمرين الثالث (04.5 نقاط) :

في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\ \vec{u}, \vec{v})$

$P(z)$ كثير حدود للمتغير المركبz حيث: $p(z) = 8z^3 + (12i - 16)z^2 + 50z - 100 + 75i$

1. أ) عين العددين المركبين α و β بحيث من أجل كل عدد مركب z : $p(z) = \left(z^2 + \frac{25}{4}\right)(\alpha z + \beta)$

ب) استنتج حلول المعادلة $p(z) = 0$

2. نعتبر النقطتين A وB لاحقتاهما على الترتيب : $Z_A = 2 - \frac{3}{2}i$ و $Z_B = \frac{5}{2}i$

أ) عينZ_C لاحقة النقطة C حيث : $\begin{cases} 2|Z_C - Z_A| = |Z_B - Z_A| \\ arg(Z_C - Z_A) = \frac{\pi}{2} + arg(Z_B - Z_A) \end{cases}$

ب) استنتج أن C هي صورة B بالتشابه المباشرS الذي مركزه A يطلب تعيين نسبته و زاوية له

ج) حدد طبيعة المثلث ABC، ثم احسب مساحته.

د) لتكن النقطة D صورة النقطة C بالتشابه المباشر S. بين ان مساحة المثلث ACD تساوي $\frac{5}{4}\ ua$

3. أ) عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S .

ب)من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 2$، نعتبر التحويل النقطيT_n المعرف ب : $T_n = \underbrace{SoSo \ldots \ldots oS}_{n \text{ مرة}}$

برهن بالتراجع أن العبارة المركبة للتحويل T_n هي : $Z' = \frac{1}{2^n} e^{in\frac{\pi}{2}}(Z - Z_A) + Z_A$

ج) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من اجلها التحويل T_n تحاكيا مركزه النقطة A يطلب تعيين نسبته.

4. نعتبر النقطتين M و N صورتي النقطة B بالتحويلين T_{4k} و T_{4k-2} على الترتيب حيث $k \in \mathbb{N}^*$

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي k غير معدوم ، النقطة A تنتمي إلى $[MN]$

ب) أحسب بدلالة العدد الطبيعي k ، الطول MN

ج) أحسب $\lim\limits_{K \to +\infty} MN$

التمرين الرابع (07 نقاط) :

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - e + ln\left(1 + 2e^{-2(x-e)}\right)$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

1) أ / تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + e + ln\left(2 + e^{2(x-e)}\right)$

ب / احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ج / أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ / بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D) و (D') معادلتاهما:

$y = x - e$ و $y = -x + ln\,2 + e$ عند $+\infty$ و عند $-\infty$ على الترتيب.

ب / ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين (D) و (D').

ج / بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = \frac{1}{2} ln\,2 + e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f).

3) أرسم (Δ)، (D)، (D') و (C_f)

4) ليكن (D_m) المستقيم الذي معادلته : $y = mx - m\left(e + \frac{ln\,2}{2}\right) + \frac{ln\,2}{2}$ حيث m وسيط حقيقي.

أ / بين أن جميع المستقيمات (D_m) تشمل النقطة الثابتة $A\left(\frac{ln\,2}{2} + e; \frac{ln\,2}{2}\right)$.

ب / ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المستقيم (D_m) و المنحنى (C_f)

5) نضع: $I = \int_{ln\sqrt{2}+e}^{ln\sqrt{3}+e} [f(x) - (x - e)]\, dx$ ، $I_n = \int_0^1 ln(1 + X^n)\, dX$ ، n عدد طبيعي غير معدوم

أ / فسر هندسيا العدد I و احسب العدد I_1.

ب / بين أن: $0 \le I_n \le ln\,2$

ج / عين اتجاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

6) باستعمال: $ln(1 + X) \le X$ ، من أجل كل $X \in]0; +\infty[$

أ*/ استنتج أن: $0 \le I + I_1 \le \int_{ln\sqrt{2}+e}^{ln\sqrt{3}+e} 2e^{-2(x-e)}\, dx - 1 + ln\,4$

ب / اعط حصرا للعدد $I + I_1$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04.5 نقاط) :

I. 1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي بواقي قسمة 3^n على 10

2) بين انه من اجل كل عدد طبيعي فان العدد $7^{4n+1}+2021^n+2019^{2n}+1$ يقبل القسمة على10

3) A عدد طبيعي يكتب $\overline{xx0xx02}$ في نظام التعداد ذي الأساس 3 و يكتب $\overline{y612}$ في نظام التعداد ذي الأساس7. أوجد x و y ثم أكتب A في النظام العشري.

II. 1) حل المعادلة التفاضلية : $y'=(\ln 3)y$

2) نسمي f الحل الخاص لهذه المعادلة و الذي يحقق : $f(0)=1$, بين ان $f(x)=3^x$

3) ما هو رقم احاد العدد $f(1440)+f(2019)$

4) نعتبر المجموع S_n حيث $S_n=f(0)+f(1)+\cdots+f(n)$

احسب بدلالة n المجموع S_n ثم اوجد الاعداد الطبيعية n التي يكون من اجلها $2S_n$ يقبل القسمة على 10.

III. يحتوي كيس على 4 كرات مرقمة ببواقي قسمة 3^n على10 نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد.

أ- أحسب احتمال الحصول على رقمين مجموعهما يساوي مجموع أرقام العدد 2019.

ب- X متغير عشوائي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين المتحصل عليهما.

ج - عرف قانون إحتمال X ثم احسب أمله الرياضياتي

التمرين الثاني(04 نقاط) :

1. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة ب: $u_1=\frac{1}{2}$ و بالعلاقة التراجعية : $u_{n+1}=\frac{1}{6}u_n+\frac{1}{3}$

أ) ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل $n\geq 1$ بـــ : $v_n=u_n-\frac{2}{5}$

بين ان المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين اساسها.

ب) استنتج عبارة v_n بدلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n .

2. نعتبر نردين A و B غير مزيفين بحيث : النرد A به ثلاث اوجه حمراء و ثلاث اوجه بيضاء ، اما النرد B به اربع اوجه حمراء و وجهين بيضاوين.

نختار عشوائيا نردا ونرميه : إذا ظهر اللون الأحمر نحتفظ بهذا النرد ، اما اذا ظهر اللون الأبيض نغير النرد. ثم نرمي هذا النرد وهكذا دواليك.

نرمز ب A_n : الى الحادثة : " رمي النرد A n مرة " و ب : $\overline{A_n}$ الحادثة العكسية للحادثة A_n .

R_n الى الحادثة : " ظهور اللون الأحمر في الرمية n ". و ب : $\overline{R_n}$ الحادثة العكسية للحادثة R_n.

ونرمز ب: a_n الى احتمال الحادثة A_n و r_n الى احتمال الحادثة R_n .

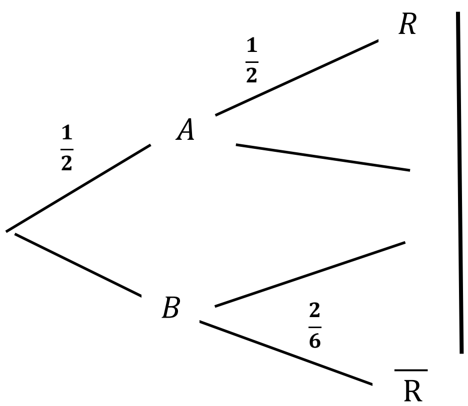
أ) عين a_1

ب) اكمل الشجرة ثم عين r_1

ج) بملاحظة أنّه من اجل كل $n \geq 1$

$$R_n=(R_n\cap A_n)\cup(R_n\cap\overline{A_n})$$

- بين أنّ : $r_n=-\frac{1}{6}a_n+\frac{2}{3}$



د) بيّن أنّه من أجل كل $n \geq 1$: $A_{n+1} = (A_n \cap R_n) \cup (\overline{A_n} \cap \overline{R_n})$

هـ) استنتج أنّه من أجل كل $n \geq 1$: $a_{n+1} = \frac{1}{6}a_n + \frac{1}{3}$ ثمّ عيّن عبارة a_n بدلالة n

و) استنتج عبارة r_n بدلالة n ثمّ $\lim\limits_{n\to+\infty} r_n$

التمرين الثالث (04 نقاط) :

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $z^2 - 8z + 17 = 0$

2) في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و D

التي لواحقها على الترتيب : $a = 4 - i$ ، $b = 4 + i$ و $d = -i$

وليكن R الدّوران الذي مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة $w = 2$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أ / بيّن أنّ العبارة المركبة للدوران من الشكل : $z' = iz + 2 - 2i$

ب / عيّن لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران R

ج / بيّن أنّ : $\frac{c-d}{c-b} = -i$ ثم استنتج طبيعة المثلث BCD

د / بيّن أنّ النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها

هـ / عيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث يكون $|-i-z|^2 - |4-i-z|^2 = 16$

التمرين الرابع (06.5 نقاط):

الدالتان العدديتان f و g معرفتان على المجال $]0\,,+\infty[$ كما يلي :

$$g(x) = 2x^2 - 2 + \ln x \quad \text{و} \quad f(x) = 2x + 1 + \frac{1-\ln x}{x}$$

$(\mathcal{C}_f)$ التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

.1

أ / أثبت أن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0\,,+\infty[$

ب / أحسب $g(1)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

.2

أ / أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

ب / أثبت أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x + 1$ هو مقارب مائل لـ $(\mathcal{C}_f)$

ج / أدرس وضعية المنحني $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة للمستقيم (Δ)

3. أثبت أنه من أجل كل x من $]0\,,+\infty[$ فان : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4. أنشئ كلا من (Δ) و $\left(\mathcal{C}_f\right)$

5. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n=\int_{e^n}^{e^{n+1}}\left(f(x)-(2x+1)\right)dx$

أ/ أحسب U_n بدلالة n ثم استنتج طبيعة المتتالية (U_n)

ب/ لتكن A مساحة حيز المستوي المحدد بالمنحني $\left(\mathcal{C}_f\right)$ والمستقيم (Δ) وبالمستقيمين

اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e^2$

** تحقق من أنّ : $A=(U_0-U_1)\,ua$

6. نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0\,,+\infty[$ بالعلاقة : $h(x)=x^2(1+lnx)-3x+2$

أ) أثبت أنه من أجل كل x من المجال $]0\,,+\infty[$ فان $\frac{h(x)}{x}=f\left(\frac{1}{X}\right)-4$

ثم استنتج أن $h(x)\geq 0$

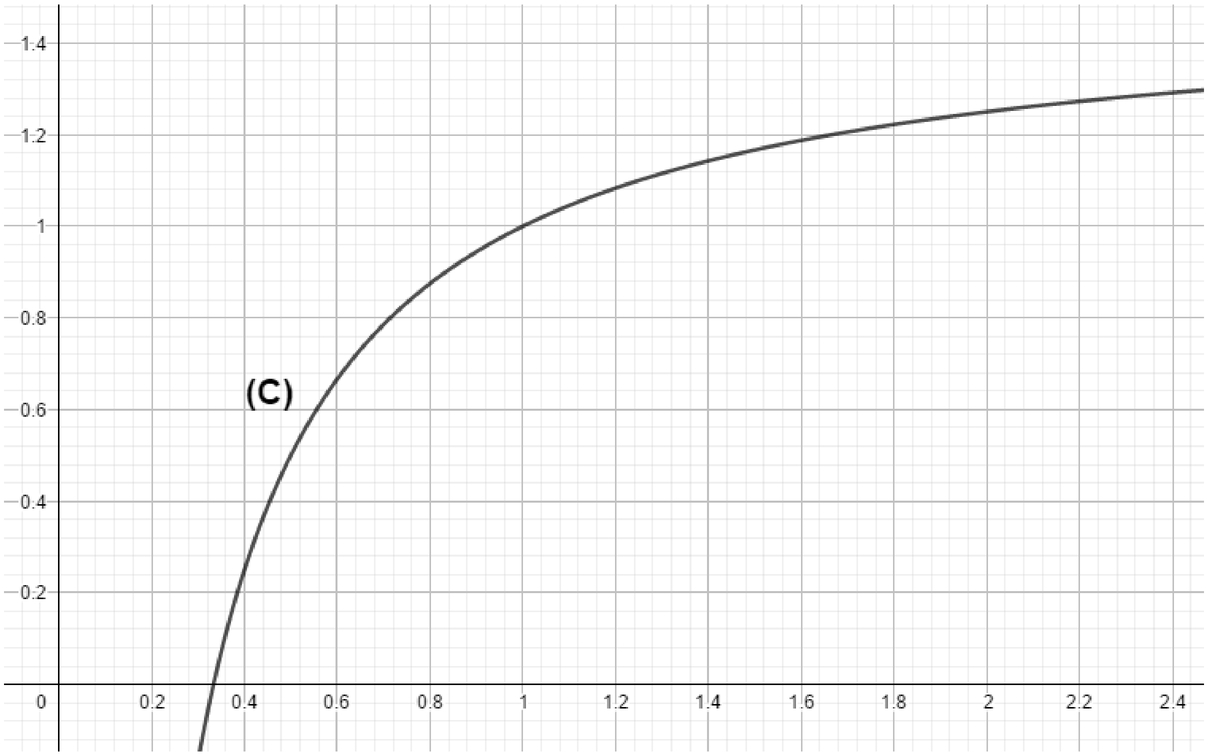
ب) عين x بحيث يكون $h(x)=0$

.

انتهى الموضوع الثاني

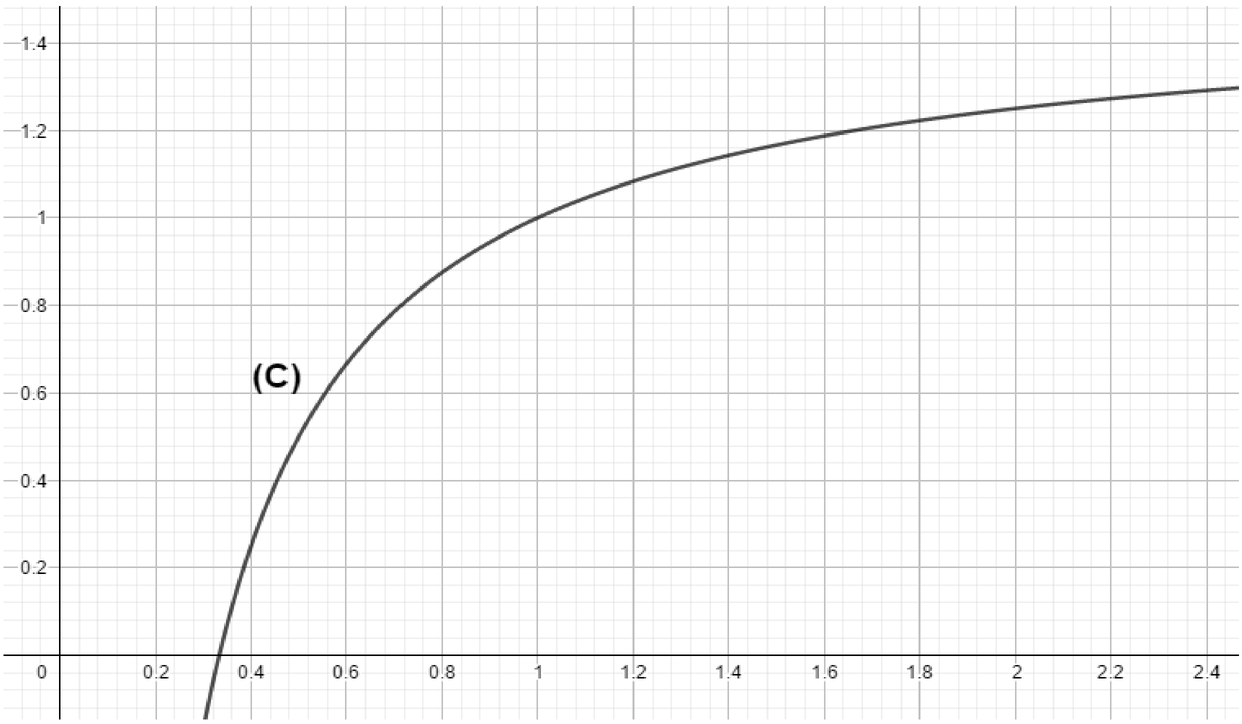
ملاحظة : تعاد الوثيقة مع ورقة الإجابة ولو كانت فارغة

الإسم واللقب : ....   القسم : 3 رياضيــــــــــات



ملاحظة : تعاد الوثيقة مع ورقة الإجابة ولو كانت فارغة

الإسم واللقب : ....



......................الأستاذ: تونسي ن يتمنى لكم التوفيق والنجاح ...... tounsi_nawri@yahoo.com