الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية أول نوفمبر 1954 الأغواط

الامتحان التجريبي لبكالوريا التعليم الثانوي — دورة ماي 2019

الشعبة: علوم تجريبية — يوم : 20 ماي 2019

اختبار في مادة الرياضيات — المدة :03 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط) :

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، نعتبر النقط $A(-2;0;1)$، $B(1;2;-1)$ و $C(-2;2;2)$.

1. أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم إستنتج القيمة المدورة إلى الوحدة بالدرجات للزاوية $\widehat{ABC}$

2 . إستنتج أن النقط A ; B و C ليست على إستقامية و أن $2x-y+2z+2=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3 أ- أكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (P) المستوي المحوري للقطعة $[AB]$

ب- بين أن مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق $AM=CM$ هي المستوي (P') الذي معادلته الديكارتية $4y+2z-7=0$

ج- بين أن (P) و (P') متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له

4- أ- بين أن المستقيم (Δ) يقطع المستوي (ABC) في نقطة ω يطلب تعيين إحداثياتها

5. نعتبر النقطة G_α مرجح الجملة المثقلة $\{(A;\alpha^2-1);(B;\alpha^2+2);(C;-2\alpha^2)\}$ حيث α وسيط حقيقي

عين بدلالة α إحداثيات G_α و إستنتج مجموعة النقط G_α عندما α تتغير على $\mathcal{R}$

التمرين الثاني(05 نقاط) :

I. 1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z : $Z^2-2Z+4=0$

2) استنتج حلول المعادلة $\left(\overline{Z}+2+2i\sqrt{3}\right)^2-2\overline{Z}-4i\sqrt{3}=0$ حيث $\overline{Z}$ هو مرافق Z

II. 1) المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A و B و C و D التي لواحقها على الترتيب : $Z_A=1+i\sqrt{3}$, $Z_B=\overline{Z_A}$ و $Z_C=-1+i\sqrt{3}$ و $Z_D=-1+3i\sqrt{3}$

أ- أوجد نسبة وزاوية التشابه المباشر S الذي مركزه B و يحول النقطة C إلى النقطة A ثم أعط العبارة المركبة له

ب- عين إحداثيتي النقطة D' صورة النقطة D بالتشابه S ثم استنتج أن المثلثين BCD و BAD' متشابهان

2) نعتبر التحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث : $2Z'=2[-i\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{6})]Z-1$

أ- أكتب العدد α حيث: $\alpha=-i\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{6}$ على الشكل المثلثي ثم على الشكل الأسي

ب- عين طبيعة التحويل T محددا عناصره المميزة

3) أ- بين أن (τ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $2(Z+\overline{Z})+Z\times\overline{Z}=0$ هي دائرة مركزها Ω ذات اللاحقة -2 يطلب تعيين نصف قطرها

ت- عين صورة الدائرة (τ) بالتحويل T

التمرين الثالث (04 نقاط) :

(U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ حدودها موجبة تماما حيث: $U_1 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $n \geq 1$ لدينا : $2\ln U_n - \ln U_{n+1} + 1 = 0$.

(V_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $V_n = \ln(e \times U_n)$

1/ أحسب U_2 و U_3.

2/ عيّن طبيعة المتتالية (V_n).

3/ أكتب V_n ثم U_n بدلالة n ثم أحسب بدلالة n المجموع S_n و الجداء P_n حيث:

$S_n = V_1 + \frac{1}{2}V_2 + \frac{1}{4}V_3 + \cdots\ldots + \frac{1}{2^{n-1}}V_n$ ، $P_n = U_1 \times U_2 \times \ldots\ldots\ldots U_n$

4/ المستوى منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$, لتكن النقط . $C(2;V_3)$ ، $B(1;V_2)$ ، $A(0;V_1)$

عين العددين الحقيقيين a وb حتى يكون مبدأ المعلم هو مرجح الجملة $\{(A,b);(B,a);(C,(1+b))\}$ حيث $1 + a + 2b \neq 0$.

التمرين الرابع (07 نقاط) :

I) h الدالة العددية للمتغير الحقيقيx و المعرفة على المجال$]0;+\infty[$ بـ : $h(x) = x - \ln x$

1) أدرس اتجاه تغير الدالةh ثم شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج حسب قيم x إشارة$h(x)$ ثم استنتج إشارة $h(x^2)$على$\mathbb{R}^*$.

II) f الدالة العددية للمتغير الحقيقيx و المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = \frac{1}{2}\left(-\frac{\ln(x^2)}{x} - x - \frac{2}{x}\right)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس$(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و$\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) أحسب $\lim_{\substack{x\to 0\\>}} f(x)$ و$\lim_{\substack{x\to 0\\<}} f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا .

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقيx غير معدوم : $2x^2f'(x) = -h(x^2)$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالةf ثم شكل جدول تغيراتها .

ج) بين أن(Δ) ذا المعادلة :$y = -\frac{1}{2}x$ مستقيم مقارب للمنحنى(C_f) ثم أدرس وضعية(C_f) بالنسبة لـ(Δ)

3) أ) تحقق أن: من أجل كل عدد حقيقيxمن$\mathbb{R}^*$: $-x \in \mathbb{R}^*$ و $f(x) + f(-x) = 0$.ماذا تستنتج ؟ فسر النتيجة بيانيا.

ب) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0.3;0.4[$ ، عين حصرا للعدد $f(\alpha)$.

** استنتج أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا آخر β يطلب تعيين حصر له .

4) أ) بين أن المنحنى(C_f) يقبل مماسين في نقطتي تقاطع(C_f) و(Δ) متوازيين .

ب) بين أن المنحنى(C_f) يقبل مماسين(T_1) و(T_2) يوازيان المستقيم(Δ)يطلب كتابة معادلتيهما .

ج) أنشئ (Δ)، (T_1)، (T_2) و (C_f) .

د) ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقيmعدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = -\frac{1}{2}x + m \ldots(E)$

5) لتكن k دالة معرفة على$\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ : $k(x) = \frac{1}{2}\left(-\frac{\ln(x+1)^2}{x+1} - (x+1) - \frac{2}{(x+1)}\right) + 2$ ، (C_k)تمثيلها البياني .

أ) بين أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول المنحنى(C_f) إلى المنحنى(C_k).

ب) أنشىء المنحنى (C_k)في نفس المعلم السابق.

6) أ) بين أن الدالةFالمعرفة على$\mathbb{R}^*$بـ: $F(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{-1}{2}x^2 - \frac{1}{4}[\ln(x^2)]^2 - 2\ln|x|\right)$هي دالة أصلية لـ$f$على$\mathbb{R}^*$

ب) استنتج أن الدالة F هي دالة زوجية ثم جد الدالة الأصلية للدالةf والتي تنعدم من أجل $x = 1$.

ج) λعدد حقيقي حيث:$\lambda > 1$. أحسب التكامل التالي: $A(\lambda) = -\int_1^{\lambda} f(x)dx$ وفسر النتيجة هندسيا.

** أحسب $\lim_{x\to+\infty} A(\lambda)$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط) :

يحتوي كيس على عشر كريات بحيث خمس كريات حمراء تحمل الارقام -2 ; -1 ; 0 ; 1 و 2 وثلاث كريات خضراء تحمل الأرقام -1 ; 0 و 1 وكريتان سوداوين تحمل الرقمين 0 و -1

نسحب وفي أن واحد كرتين من هذا الكيس ونفترض أن كل الكريات لها نفس إحتمال السحب

I. ليكن X المتغير العشوائي ا الذي يرفق بكل سحبة ممكنة العدد الحقيقي $|x-y|$ حيث x و y هما الرقمان اللذان تحملاهما الكريتان المسحوبتان من الكيس

1- حدد قيم المتغير العشوائي X

2- أكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي

II. نعيد كل الكريات المسحوبة إلى الكيس ونسحب منه كريتين على التوالي وبدون إرجاع الكرية المسحوبة الأولى

1- أحسب عدد الحالات الممكنة للسحب

2- لتكن A و B حادثتان معرفتان كما يلي :

A : الكريتان المسحوبتان لوناهما مختلفان B : الكريتان المسحوبتان تحمل كلا منهما عددا موجبا تماما

أحسب $P(A)$ و $P(B)$

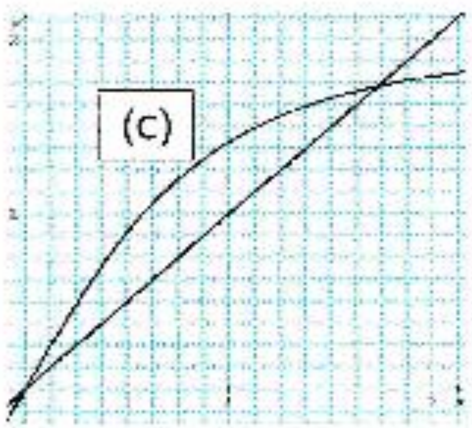
التمرين الثاني(04 نقاط) :

الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C_f) للدالة f المعرفة على المجال $]0\ ,\ +\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

و(Δ)المستقيم الذي معادلته $y=x$ في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ- أدرس إتجاه تغير الدالة f على المجال $]0\ ,\ +\infty[$

ج- بين أنه إذا كان $x\in[1\ ,\sqrt{3}]$ فإن $f(x)\in[1\ ,\sqrt{3}]$



2) نعرف المتتالية (u_n) كما يلي $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1}=f(u_n)$$

أ- مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 و u_2

ب- ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها

ج- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le u_n\le\sqrt{3}$

3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$u_{n+1}-u_n=\frac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

- استنتج أن (u_n) متقاربة

4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n=\frac{u_n^2}{3-u_n^2}$

أ- برهن ان المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الأول

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

ج- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

5) أحسب P_n بدلالة n حيث : $P_n=\frac{(u_0\times u_1\times\ldots\ldots u_n)^2}{(3-u_0^2)(3-u_1^2)\ldots\ldots(3-u_n^2)}$

التمرين الثالث (05 نقاط) :

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

1) أوجد العددين Z_1 و Z_2 الجذران التربيعيان للعدد المركب $L=2-2i\sqrt{3}$ ثم أكتبهما على الشكل الأسي

2) نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب : $Z_A = 2i$ و $Z_B = \sqrt{3} + i$ و $Z_C = \sqrt{3} - i$

أ- بين أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC}$ وعين قيسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{AC})$

ب- استنتج طبيعة الرباعي $OABC$

ج- عين لاحقة النقطة Ω مركز الرباعي $OABC$

3) أ- أكتب العبارة المركبة للتشابه S الذي يحول النقطة A *إلى النقطة* O ويحول النقطة C إلى B

ت- تحقق أن SoS هو تشابه مباشر نسبته $\frac{1}{3}$ و أحد أقياس زاويته π

ث- نضع f التحويل النقطي المعرف بـ : $f = \underbrace{SoSoS \ldots\ldots oS}_{n \text{ مرة}}$

- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون التحويل f تحاكيا نسبته سالبة

4) k عدد حقيقي ولتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z بحيث : $OM^2 + AM^2 + BM^2 + CM^2 = k$

أ- أثبت أن مجموعة النقط M من (E) تحقق العلاقة : $\Omega M^2 = \frac{k - 8.O\Omega^2}{4}$

ب- ناقش حسب قيم العدد الحقيقي k طبيعة المجموعة (E)

التمرين الرابع (06 نقاط):

I. لتكن الدالة g المعرفة على $\mathcal{R}$ بـ : $g(x) = 1 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x}$

1) أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$
2) عين إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها
3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathcal{R}$ ثم تحقق أن المجال $0.35 < \alpha < 0.36$
4) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathcal{R}$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathcal{R}$ بـ : $f(x) = x - 1 + (x^2 + 2)e^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول $(2cm)$

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها
2) أحسب $f'(x)$ و استنتج أتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
3) أثبت أن : $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$ واستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$
4) أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل لـ $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $+\infty$
   - أدرس الوضع النسبي لـ $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة (Δ)
5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0
6) أنشئ (Δ) ; (T) و (C_f)
7) عين قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $-m - 1 + (x^2 + 2)e^{-x} = 0$ حلا وحيدا موجبا
8) أوجد الاعداد الحقيقية a و b و c بحيث تكون الدالة h : $h(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ دالة أصلية على $\mathcal{R}$ للدالة المعرفة بـ : $x \to (x^2 + 2)e^{-x}$
9) أحسب مساحة الحيز $A(\alpha)$ المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$, المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = \alpha$

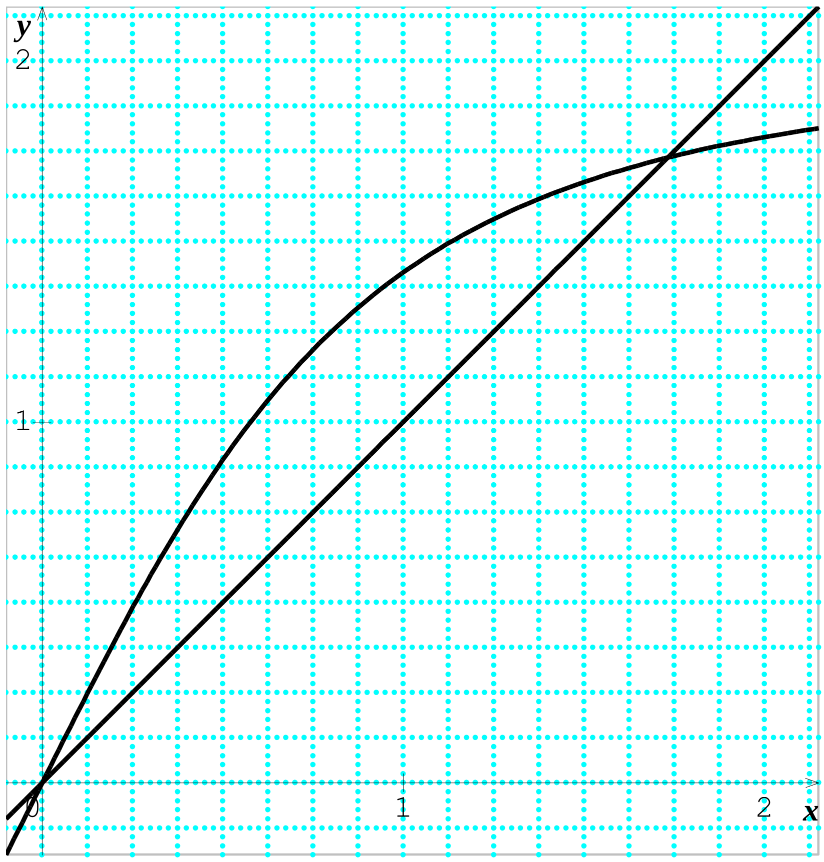
انتهى الموضوع الثاني

ملاحظة : تعاد الوثيقة مع ورقة الإجابة ولو كانت فارغة

الإسم :................

اللقب :................

القسم : 3ع تج ......



ملاحظة : تعاد الوثيقة مع ورقة الإجابة ولو كانت فارغة

الإسم :..................

اللقب :..................

القسم : 3ع تج .....