الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية باتنة — ثانوية : زانة البيضاء الجديدة

الشعبة: الثالثة علوم تجريبية — دورة ماي 2019

اختبار البكالوريا التجريبي لمادة الرياضيات — المدة : 3 سا ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقطة)

1) أ) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة: $Z^2+2\sqrt{3}Z+4=0$.

ب) أكتب حلي المعادلة السابقة على الشكل الأسي.

2) في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

نعتبر التحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث: $Z'=e^{i\frac{2\pi}{3}}Z$.

- عين طبيعة التحويل T محددا عناصره المميزة .

3) لتكن النقطة A ذات اللاحقة Z_1 حيث: $Z_1=-\sqrt{3}+i$

أ) عين Z_2 و Z_3 لاحقتي كل من النقطتين B و C على الترتيب حيث : $T(A)=B$ و $T(B)=C$.

ب) أنشئ النقط: A ، B و C.

ج) أحسب: $\dfrac{Z_2-Z_3}{Z_1-Z_3}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

التمرين الثاني:(05 نقاط)

I. يحتوي صندوق U_1 على تسع قريصات لا نميز بينها باللمس : أربعة منها حمراء و ثلاثة منها خضراء واثنتين بيضاوين

نسحب عشوائيا من U_1 قريصتين في آن واحد ، أحسب احتمال كل من الحدثين التاليين :

A : " القريصتان المسحوبتان لهما نفس اللون "

B : " القريصتان المسحوبتان من لونين مختلفين "

II. نعتبر صندوقا آخر U_2 يحتوي على خمس كريات لا نميز بينها باللمس تحمل الأرقام : 1، 1، 1، 2 و 2 .

ولنعتبر التجربة العشوائية التالية :

إذا تحقق الحدث A فإننا نسحب عشوائيا من U_2 كريتين على التوالي دون إرجاع .

أما إذا تحقق الحدث B فإننا نسحب عشوائيا من U_2 كريتين على التوالي بإرجاع .

نرمز بـ : E للحدث : " كل كرية من الكريتين المسحوبتين تحمل الرقم 1 "

F للحدث : " كل من الكريتين المسحوبتين تحملان رقمين مختلفين "

وبـ G للحدث : " كل كرية من الكريتين المسحوبتين تحمل الرقم 2 "

أ) أنجز شجرة الاحتمالات المرفقة بهذه التجربة.

ب) أحسب: $P(E)$.

ج) ما احتمال الحصول على قريصتين لهما نفس اللون علما أن كل كرية من الكريتين المسحوبتين من U_2 تحمل الرقم 1 ؟

التمرين الثالث:(04 نقاط)

الجزء الأول: نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x-x\ln x$

1) أحسب نهايتي الدالة g عند كل من 0 و $+\infty$.

2) بين أن : من أجل كل $x\in]0;+\infty[$: $g'(x)=-\ln x$.

3) استنتج اتجاه تغير الدالة g ثم أنجز جدول تغيراتها .

الجزء الثاني: نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي : $U_n=\dfrac{e^n}{n^n}$

و المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $v_n=\ln U_n$.

1) بين أن : من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$: $v_n=n-n\ln n$.

2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (v_n) ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n).

3) بين أن المتتالية (U_n) محدودة .

4) بين أن المتتالية (U_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها .

التمرين الرابع:(07 نقاط)

الجزء الأول: نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\dfrac{x+1}{2x+1}-\ln(x)$

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) بين أن المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]1,8;1,9[$.

3) استنتج إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{2\ln(x)}{x^2+x}$

(C)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) أ) أحسب نهايتي الدالة f عند كل من 0 و $+\infty$ ، ثم فسر بيانيا النتيجتين المحصل عليهما.

ب) بين أن: من أجل كل $x\in]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2}g(x)$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم أنجز جدول تغيراتها .

2) أ) بين أن: $f(\alpha)=\dfrac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

ب) عين فاصلة نقطة تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل.

ج) مثل بيانيا (C).

الجزء الثالث: نرمز بـ A إلى مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C) و حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=\dfrac{3}{2}$.

أ) بين أن: من أجل كل $x \in [1;+\infty[$: $\frac{\ln x}{x^2} \le f(x) \le \frac{\ln x}{x}$.

ب) أحسب I حيث: $I=\int_1^{\frac{3}{2}} \frac{\ln x}{x}dx$

ج) باستخدام المكاملة بالتجزئة أحسب J حيث: $J=\int_1^{\frac{3}{2}} \frac{\ln x}{x^2}dx$.

د) استنتج حصرا لـ K حيث: $K=\int_1^{\frac{3}{2}} f(x)dx$.

هـ) عبر عن A بدلالة K ثم استنتج حصرا لـ A

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04,5 نقاط) ليكن θ عدد حقيقي من المجال $\left]\frac{\pi}{2};\pi\right[$.

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $Z^2-2(i+\cos\theta)Z+2i\cos\theta=0$.

2) المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط : A ، M_1 و M_2 التي لواحقها على الترتيب Z_A ، Z_1 و Z_2 حيث : $Z_A=i$ ، $Z_1=i+e^{i\theta}$ و $Z_2=i+e^{-i\theta}$.

أ) عين (E_1) مجموعة النقط M_1 لما θ يمسح $\left]\frac{\pi}{2};\pi\right[$.

ب) عين (E_2) مجموعة النقط M_2 لما θ يمسح $\left]\frac{\pi}{2};\pi\right[$.

ج) نعتبر I منتصف القطعة المستقيمة $[M_1M_2]$، عين (E_3) مجموعة النقط I لما θ يمسح $\left]\frac{\pi}{2};\pi\right[$.

3) أ) بين أن: من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $i+e^{ix}=2\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)e^{i\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)}$.

ب) استنتج الشكل الأسي لكل من العددين Z_1 و Z_2.

4) أ) أثبت أن المثلث AM_1M_2 متقايس الساقين في A.

ب) حدد قيمة θ التي من أجلها يكون المثلث AM_1M_2 متقايس الأضلاع .

التمرين الثاني:(04 نقاط)

I. في الفضـــاء المنســـوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط : A ، B و C التي احداثياتها $(2;-3;-1)$ ، $(1;0;2)$ و $(0;1;3)$ على الترتيب.

1) بين أن النقط : A ، B و C تعين مستويا.

2) تحقق أن الشعاع $\vec{n}(0;1;-1)$ ناظمي للمستوي (ABC).

3) استنتج معادلة ديكارتية لـ (ABC).

II. نعتبر المجموعة (S_α) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق :

$x^2+y^2+z^2-2\alpha x-2ySin\alpha+2z+\alpha^2+Sin^2\alpha-1=0$ حيث: α وسيط حقيقي من المجال $[-\pi;\pi]$.

1) بين أن: (S_α) سطح كرة محددا عناصرها المميزة .

2) أدرس تبعا لقم الوسيط α الوضع النسبي لـ (S_α) و (ABC).

3) بين أن : (ABC) يمس $\left(S_{-\frac{\pi}{2}}\right)$ في نقطة يطلب تعيين احداثياتها

التمرين الثالث: (05,5 نقاط)

1) نعتبر المتتالية العددية (I_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي : $I_n = \int_0^2 \frac{1}{n!}(2-x)^n e^x dx$

أ) أحسب: I_1 .

ب) بين أن: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $0 \le I_n \le \frac{2^n}{n!}(e^2-1)$

ج) باستخدام المكاملة بالتجزئة بين أن : من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $I_{n+1} = I_n - \frac{2^{n+1}}{(n+1)!}$

د) برهن بالتراجع أن : من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $e^2 = 1 + \frac{2^1}{1!} + \frac{2^2}{2!} + ... + \frac{2^n}{n!} + I_n$.

2) نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $U_n = \frac{2^n}{n!}$

أ) أحسب $\frac{U_{n+1}}{U_n}$ ثم أثبت أن: من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \ge 3$: $U_{n+1} \le \frac{1}{2}U_n$.

ب) استنتج أن: من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \ge 3$: $0 \le U_n \le U_3\left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}$.

3) أ) استنتج نهاية المتتالية (U_n) ثم نهاية المتتالية (I_n) .

ب) تحقق أن : $e^2 = \lim_n \left(1 + \frac{2^1}{1!} + \frac{2^2}{2!} + ... + \frac{2^n}{n!}\right)$.

التمرين الرابع:(06 نقطة)

الجزء الأول: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{4e^x}{e^x+1}$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 1cm$.

1) أدرس تغيرات الدالة f ، ثم أنجز جدول تغيراتها .

2) أثبت أن النقطة I مركز التناظر لـ (C) .

3) أكتب معادلة لـ (T) مماس (C) في النقطة I .

4) أرسم (T) ثم مثل بيانيا (C) .

الجزء الثاني: نعتبر المتتالية العددية (I_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي : $I_n = \int_{\ln n}^{\ln(n+1)} f(t)dt$

1) بين أن: $I_n = 4[\ln(n+2) - \ln(n+1)]$.

2) عبر بدلالة n عن المجموع S_n حيث : $S_n = I_1 + I_2 + ... + I_n$.

3) احسب $A(n)$ حيث $A(n)$ هي مساحة الحيز من المستوي المحدود بـ (C) والمستقيمات التي معادلاتها :
$x=0$ ، $x=\ln(n+1)$ و $y=4$

بالتوفيق في شهادة البكالوريا 2019