على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الأتيين

الموضوع الأول

التمرين الأول(4 نقط)

نعتبر في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط A ، B ، C و D ذات الإحداثيات $(-2;2;2)$، $(1;2;-1)$ ، $(1;-3;5)$ و $(5;8;5)$ على الترتيب.

1/ أ ـ بين أن A ، B و C ليست في استقامية.

ب ـ أحسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ، إستنتج طبيعة المثلث ABC .

2/ ليكن الشعاع $\vec{n}(5;\alpha;\beta)$.

أ ـ عين العددين الحقيقين α و β حتى يكون $\vec{n}$ شعاع ناظمي لـ (ABC) .

ب ـ أكتب معادلة ديكارتية للمستوى (P) الدي يشمل النقط A ، B و C.

جـ ـ بين أن بعد النقطة D عن المستوى (P) هو $\sqrt{86}$ ،أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

3/ لتكن (S)سطح كرة مركزها النقطة Dو تمس المستوى (P).

أكتب معادلة ديكارتية لـ (S).

4/(Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $E(0;2;0)$ و العمودي على المستوى (P).

بين أن (Δ) يقطع (S) في نقطتين متناظرتين بالنسبة إلى النقطة D .

التمرين الثاني(5 نقط)

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$

1/ أ ـ a و b عددان مركبان ، تحقق من صحة $a^3-b^3=(a-b)(a^2+b^2+ab)$

ب ـ حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة : $\frac{z-9}{z+4}=z$ حيث z هو المجهول.

جـ ـ إستنتج في C حلول المعادلة ذات المجهول zحيث $z^3-27=0$.

2 / لتكن A ، Bو C نقط من المستوي التي لاحقاتها على الترتيب $z_A=3e^{i\frac{4\pi}{3}}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=3$.

أ ـ أكتب العدد المركب $\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$ على الشكل الأسي .

ب ـ إستنتج طبيعة المثلث ABC يطلب حساب مساحته S .

3/ أ ـ أكتب العبارة المركبة لدوران R الذي مركزه النقطة C و الذي يحول النقطة B إلى النقطة A .

ب ـ عين النقطة D ذات اللاحقة z_D صورة النقطة A بالدوران R .

جـ - عين بدقة طبيعة الرباعي $ABCD$.

4/ M نقطة من المستوي التي لاحقاتها z

أ - عين (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\left|\left(1+2\sqrt{2}\,i\right)z-2+4\sqrt{2}\,i\right|=3$.

ب ـ عين (E') مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\arg(z-z_A)-\arg(\overline{z-z_A})=\pi$ (حيث $\overline{z-z_A}$ مرافق $z-z_A$).

التمرين الثالث(4 نقط)

(u_n) متتالية حسابية متزايدة تماما حدودها أعداد طبيعية غير معدومة تحقق : $\begin{cases} u_4=19 \\ \ln(u_3)+\ln(u_5)=\ln(345) \end{cases}$

1) عين الحدين u_3 و u_5 ثم أحسب u_0.

2) بفرض : $u_3=15$

أ ـ أكتب u_n بدلالة n ثم بين أن 2019 حد من حدود (u_n) و عين رتبته .

ب ـ عين الحد الذي إبتداءا منه يكون مجموع حدين متعاقبين من (u_n) يساوي 1962.

3) n عدد طبيعي غير معدوم

أ ـ أحسب بدلالة n المجموع S حيث : $S=u_0+u_1+u_2...u_{2n}$.

ب ـ إستنتج بدلالة n المجموعين S_1 و S_2 حيث : $S_1=u_0+u_2+u_4+...u_{2n}$ و $S_2=u_1+u_3+u_5+...u_{2n-1}$.

التمرين الرابع (7نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $D_f=\left]-\infty,-3\right[\cup\left]1,+\infty\right[$ كما يلي: $f(x)=-x+\ln\left(\dfrac{x+3}{x-1}\right)$ نرمز بـ $\left(C_f\right)$ إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.(الوحدة $2cm$)

1/ بين أن النقطة $A(-1;1)$ مركز تناظر للمنحنى $\left(C_f\right)$.

2/ أ ـ أحسب النهايتين التاليتين : $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-3} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا .

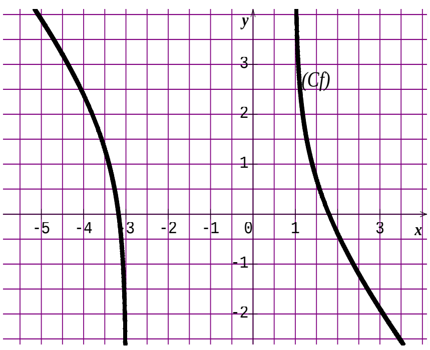
ب ـ بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ ثم إستنتج النهاية $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

3/ أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x$ مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$ بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

ب- أدرس وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

4/ اثبت أنه من اجل كل x من D_f :

$f'(x)=\dfrac{-x^2-2x-1}{(x+3)(x-1)}$ مستنتجا اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.



5/ الشكل المقابل يمثل المنحنى $\left(C_f\right)$.

أعد الرسم على ورقة ميليمترية مع رسم المستقيمات المقاربة .

6/ m وسيط حقيقي ، (Δ_m) المستقيمات التي معادلاتها من الشكل : $y=mx+m+1$.

أ ـ بين أن جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل النقطة $A(-1;1)$.

ب ـ عين قيم m حتى لا تقبل المعادلة : $f(x)=mx+m+1$

ذات المجهول الحقيقي x حلولا في $\Re$.

7/ أ ـــ احسب مشتقة الدالة h المعرفة من أجل كل $x>-a$ حيث $h(x)=(x+a)\ln(x+a)-x$ ، a عدد حقيقي .

ب ـــ استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$.

جـ ـــ احسب بالسنتمتر مربع المساحة A للحيز المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) و المستقيمين $x=2$ و $x=3$.

إنتهى الموضوع الأول