

امتحان البكالوريا التجريبي

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

تنبيه: الإجابة تكون بمنهجية واضحة ودقيقة

التمرين الأول : 04 نقاط

يحتوي صندوق على أربع كرات حمراء و ثلاثة بيضاء حيث كل الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس.

نسحب كرة واحدة من الصندوق، إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء نسحب كرتين في آن واحد من الكرات المتبقية، وإذا

كانت الكرة المسحوبة بيضاء نسحب كرتين على التوالي وبدون إرجاع من الكرات المتبقية.

1. أحسب احتمال الحوادث التالية :

A : « الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون » C : « الحصول على كرة بيضاء على الأكثر »

2. إذا علمت أنه حصلنا على كرتين بيضويتين بالضبط، ما احتمال أن تكون الكرة الأولى المسحوبة بيضاء.

نضيف الآن إلى الصندوق السابق ثلاث كرات حمراء ونسحب من جديد ثلاث كرات على التوالي وبلا رجاء وليكن X

المتغير العشوائي الذي يرفق بكل تجربة عدد الكرات الحمراء المتبقية في الصندوق

1. عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

2. أحسب $P(e^X \leq e)$, $P(|X-1| \leq 1)$, $P(X^2 - 3X + 2 = 0)$

3. أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X ثم امنتج $E(3X + 2)$

التمرين الثاني : 04 نقاط

أ. عين قيم العدد الصحيح m بحيث تقبل المعادلة: $2014\alpha = 475\beta + m$ حولا في \mathbb{Z}^2 .

ب. نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة: $2014x - 475y = -19$ (1)

1. عين الحل الخاص (x_0, y_0) للمعادلة (1) والذي يحقق: $y_0 - 4x_0 = 1$.

2. حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة (1).

3. بين أن العددين x و y أوليان فيما بينهما باعتبار الثنائية (x, y) من \mathbb{N}^2 حل للمعادلة (1).

4. عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $n \equiv 4 [25]$ وباقي قسمة n على العدد 106 هو 17.

5. عين كل الثنائيات (x, y) من \mathbb{Z}^2 حلول المعادلة (1) بحيث يكون العدد $(x + y)$ مضاعف للعدد 10.

6. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على العدد 5.

7. عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $(2017^{4n+3} - 2 \times 2016^{8n} + 2014^{2n+1})$ على العدد 5 حيث n عدد

طبيعي.

التمرين الثالث : 05 نقاط

1. عین العددين المركبين z_1 و z_2 حيث :

$$\begin{cases} 2z_1 + iz_2 = 1 + i\sqrt{3} \\ (\sqrt{3} + 2i)z_1 - z_2 = (1 - \sqrt{3})i \end{cases}$$
2. في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين

$$z_B = 2 + \sqrt{3} + i \text{ و } z_A = 1 - i$$
3. اكتب z_A على الشكل الأسّي .
4. بين ان : $\frac{z_B}{z_A} = (1 + \sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، ثم استنتج الشكل الأسّي للعدد z_B .
5. أوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{\pi}{6} -$
6. احسب مساحة الدائرة (γ) التي قطرها $[BD]$ مقدرة بوحدة المساحة .
7. عین مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث : $\arg[(z - z_B)^2] = \arg(z_B) - \arg(z_D)$
8. لتكن النقطة C ذات اللاحقة $z_C = 1 + i$.
- أ. عین طبيعة المثلث ABC ثم استنتج بدقة طبيعة الرباعي $ACBD$.
- ب. ليكن التحويل النقطي S المعروف كما يلي : $S = r \circ h$ مع h تحاكي مركزه O ونسبته -2
1. عین طبيعة التحويل S مع تعيين خصائصه المميزة
2. نعرف من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 2$ ، التحويل النقطي H_n كما يلي : $H_n = \underbrace{S \circ S \circ \dots \circ S}_{n \text{ مرّات}}$
- أ. عین قيم n حتى يكون H_n تحاكي يطلب تعيين خصائصه .

التمرين الرابع : 07 نقاط

- نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} حيث : $f(x) = (1 - 2x)e^{2x}$ ، ونسمي (C_f) المنحنى الممثل لها في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) مع وحدة الطول $2cm$.
1. أدرس تغيرات الدالة f .
 2. أوجد معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الترتيب $y = 0$.
 3. احسب $f(1)$ ثم أرسم بدقة (C_f) و (Δ) .
 4. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = f(m)$.
 5. عین العددين الحقيقيين a, b بحيث تكون الدالة F المعرفة بـ : $F(x) = (ax + b)e^{2x}$ دالة أصلية للدالة f على \mathbb{R} .
 6. احسب بـ cm^2 وبدلالة λ المساحة $S(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين التي معدلتهما $y = 0$ ، $x = \frac{1}{2}$ و $x = \lambda$ حيث $\lambda < \frac{1}{2}$ ثم احسب $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} S(\lambda)$
 7. احسب f'' ، $f^{(3)}$ ، $f^{(4)}$ ، حيث f' ، f'' ، $f^{(3)}$ ، $f^{(4)}$ المشتقات المتتالية للدالة f حيث $n \geq 1$.
 8. برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ فإن : $f^{(n)}(x) = 2^n(1 - n - 2x)e^{2x}$.
 9. عین x_n و y_n إحداثيات النقطة M_n بحيث يقبل $(C_{f^{(n)}})$ عندها مماسا يوازي حامل محور الفواصل .
 10. بين أن x_n متتالية حسابية وأن y_n متتالية هندسية يطلب تعيين حداهما العام بدلالة n .
 11. تحقق من أن النقطة M_n تنتمي إلى المنحنى (Γ) الذي معادلته : $y = \frac{e^{2x}}{4^x}$.
 12. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n$.