

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة : ساعتان

المستوى : ثلاثة رياضيات

التمرن الأول : (14 نقاط)

المستوي المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

I تعتبر الدالة f_1 المعرفة على \mathbb{R} كالتالي : $f_1(x) = 2x + 3 - (x + 1)e^x$ ، و (C_1) تمثلها البياني .

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x)$
2. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو معادلته $y = 2x + 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_1) عند $-\infty$.
 - ب) ادرس وضعية (C_1) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
3. أ) أحسب $f'_1(x)$ و $f''_1(x)$ ثم ادرس تغيرات الدالة f_1 .
 - ب) أحسب $f'_1(0)$ واستنتج إشارة $f'_1(x)$.
 - ج) ادرس إتجاه تغير الدالة f_1 . ثم شكل جدول تغيراتها .
4. بين أن المعادلة $0 = f_1(0)$ تقبل حلين α و β حيث : $0.92 < \alpha < 0.93$ و $-1.56 < \beta < -1.55$
5. أنشئ كلا من (Δ) و (C_1) .

II m وسيط حقيقي غير معدوم ، تعتبر الدالة f_m المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f_m(x) = 2x + 3 - (x + 1)e^{mx}$ و (C_m) تمثلها البياني في المعلم السابق .

1. بين أن جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطتين ثابتتين يطلب تعين إحداثييهما .
2. أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_m) عند النقطة $A(0; 2)$.
3. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_m) .
 - ب) ادرس وضعية (C_m) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
4. n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2 ، $f_m^{(n)}$ المشتقة من الرتبة n للدالة f_m برهن بالترابع أنه من أجل عدد طبيعي $2 \leq n \leq m$.

التمرن الثاني : (6 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $[0; +\infty]$ كالتالي $f(x) = \frac{3x-1}{2x}$ و (C_f) تمثلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ) ادرس إتجاه تغير الدالة f .
 - ب) أنشئ كلا من (C_f) و (Δ) ذو المعادلة $y = x$.
2. (u_n) المتالية العددية المعرفة بجدها الأول $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.
- أ) باستعمال الرسم المحصل عليه، مثل على محور الفواصل وبدون حساب، الحدود: u_0, u_1, u_2, u_3 .

ب)- برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n > 1$:

د)- أثبت أن المتالية (u_n) متناقصة تماماً، ماذا تنتهي؟

$$u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(u_n - 1) \quad n \in \mathbb{N}$$

ب)- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ثم استنتج نهاية المتالية (u_n)

$$v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1} \quad n \in \mathbb{N}$$

أ)- بين أن المتالية (v_n) هندسية يطلب تعين أساسها و حدتها الأولى v_0 ثم أكتب عبارة v_n بدلالة n .

$$S_n = \frac{v_0 - 1}{u_0} + \frac{v_1 - 1}{u_1} + \dots + \frac{v_n - 1}{u_n}$$