ثانوية ابن جني - بوقرة -

المستوى: 3 ريا

إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

السنة الدراسية: 2015/2014

المدة: 4 ساعات.

التمرين الأول:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.نعتبر المستقيمان (Δ_1) و (Δ_2) ممثلان وسيطيا، على الترتيب:

$$(\Delta_1):\begin{cases}x=3+t\\ y=2+\frac{1}{2}t\\ z=-2-2t\end{cases}\quad t\in\mathbb{R}\quad،\quad (\Delta_2):\begin{cases}x=6+t'\\ y=1-2t'\\ z=5+t'\end{cases}\quad t'\in\mathbb{R}$$

① بين أن المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) ليسا من نفس المستوي .

② M نقطة كيفية من (Δ_1) و N نقطة كيفية من (Δ_2) .

أ - عين إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم (MN) عموديا على كل من (Δ_1) و (Δ_2) .

ب - أحسب الطول MN .

③ عين معادلة المستوي (P) الذي يشمل المستقيم (Δ_1) ويوازي المستقيم (Δ_2) .

④ أحسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ_2) و المستوي (P) .ماذا تلاحظ؟

⑤ نعتبر المستويين (P_1) ، (P_2) والذين معادلتاهما على الترتيب: $(P_1):x+2y-z+2=0$ و $(P_2):3x-y+5z=0$.

أ - بين أن (P_1) ، (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) .

ب - بين أن إحداثيات نقط المستقيم (Δ) تحقق المعادلة: $8x+9y=-10$ ثم استنتج مجموعة نقط (Δ) التي احداثياتها أعداد صحيحة.

التمرين الثاني:

① برهن أنه إذا كان a' عدد طبيعي أولي مع عدد طبيعي b' فإن $a'+b'$ أولي مع $a'\times b'$.

② عين كل الأعداد الطبيعية التي مربعاتها التامة تقسم العدد 147 .

③ عين الثنائيات (a,b) من $\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*$ التي تحقق: $5(a+b)^2=147m$

حيث: $m=P.P.C.M(a,b)$ و $d=P.G.C.D(a,b)$

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2}\right\}$ بـ: $g(x)=x+1-\ln|2x-1|$

ليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;I;J)$ حيث وحدة الأطوال هي $2cm$.

①أ- أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

ب - أدرس وضعية المنحني (C_g) بالنسبة للمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$.

ج - بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-0,41;-0,40[$.

② نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=-x-\frac{1}{2}+\frac{e^{2x}}{2}$

ونرمز بـ (Γ) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ ،الوحدة $2cm$.

أ- احسب $f'(x)$ ثم استنتج اشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ب - بين ان المنحني يقبل مستقيما مقاربا مائلا يطلب تعيينه.

ج - أرسم المنحنيين (C_g) و (Γ) في نفس المعلم السابق بلونين مختلفين.

③ S التحويل النقطي في المستوي يرفق بكل نقطة M ذات الإحداثيتين $(x;y)$. النقطة M' ذات الإحداثيتين $(x';y')$ حيث

$$\begin{cases} x' = x + y + 1 \\ y' = -x + y + 2 \end{cases}$$ ،نضع: $z = x + iy$ و $z' = x' + iy'$.

أ- أكتب z' بدلالة z .ماهي طبيعة التحول t مبينا عناصره المميزة؟

ب - جد x و y بدلالة x' و y' .

ج - جد صورة المنحني (Γ) بالتحويل النقطي S.

④ T التحويل النقطي في المستوي يرفق بكل نقطة M ذات الإحداثيتين $(x;y)$ ،النقطة M' ذات الإحداثيتين $(x';y')$ حيث:

$$\begin{cases} x' = -3x + 4y - 12 \\ y' = -\dfrac{3}{2}x + 2y - 4 \end{cases}$$

أ- عين مجموعة النقط الصامدة بالتحويل T.

ب - أثبت أنه من أجل كل نقطة M من المستوي صورتها M' تنتمي إلى مستقيم ثابت يطلب تعيينه.

ج - أثبت أنه إذا كانت النقطة M غير صامدة و M' صورتها بالتحويل T فإن منتصف القطعة $[MM']$ ينتمي إلى مستقيم ثابت.

د - استنتج طريقة هندسية لإنشاء النقطة M'.

<u>التمرين الرابع:</u>

① حل ،في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$،المعادلة : $z^3 - 4z^2 + 8z - 8 = 0$.

② المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;I;J)$ وحدة الطول $2cm$.

نعتبر النقط A, B و C ذات اللواحق $z_A = 2$ ، $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = 1 - i\sqrt{3}$.

أ- عين شكلا أسيا لكل من العددين z_B ، z_C و $\dfrac{z_B}{z_C}$.ثم عين الأعداد الطبيعية n بحيث: $\left(\dfrac{z_B}{z_C}\right)^n$ حقيقي .

ب - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي فردي n يكون: $z_B^{3n} + z_C^{3n} + 2^{3n+1} = 0$

ج - أنشئ النقط A, B و C ثم عين طبيعة الرباعي $OBAC$.

③ نرفق،بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة z ،النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z' = \dfrac{z_A\bar{z} - z_C}{\bar{z} - z_C}$.

أ- لتكن (D) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $(z - z_B)(\bar{z} - z_C) = 1$. عين ثم أنشئ المجموعة (D) .

ب - تحقق أن: $z' = z_A + \dfrac{z_C}{\bar{z} - z_C}$

ج - بين أنه عندما تمسح النقطة M المجموعة (D) فإن النقطة M' تمسح دائرة (Γ) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

- بالتوفيق للجميع -