إختبار الفصل الثّاني في مادّة الرياضيات

المستوى : سنة ثانية شعبة علوم تجريبية | المدّة : ساعتان

يمنع منعًا باتًّا استعمال القلم المُصحّح " l'effaceur "
تؤخذ بعين الإعتبار الإجابة الدقيقة والواضحة

التمرين 1 : 05 نقاط

◄ كيس يحتوي على 6 كريات متماثلة (**لانفرق بينها عند اللمس**) تحمل الأرقام -3 ، -3 ، -3 ، -2 ، -2 و -1 ، نسحب عشوائيا وفي آنٍ **واحد** كرتين من الكيس ، ونسجّل رقمي الكرتين المسحوبتين (**نرمز لهذين العددين بـ** α و β).

◄ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب العدد : $|\alpha-\beta|$.

❶ عيّن مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X ، ثمّ عرّف قانون إحتماله .

❷ أحسب الأمل الرياضياتي ، التباين والإنحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

التمرين 2 : 09 نقاط

I ـ ABC مثلث قائم في A ومتساوي الساقين حيث : $AB=AC=5cm$ ، G نقطة من المستوي تحقّق : $4\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

⊡ أثبت أنّ G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;\alpha);(B;\beta);(C;\gamma)\}$ معينا الأعداد الحقيقية α ، β و γ .

II ـ لتكن M نقطة كيفية من المستوي ، $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعين حيث :

$$\vec{u}=2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC} \quad ; \quad \vec{v}=-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$$

❶ عبّر عن الشعاع $\vec{u}$ بدلالة $\overrightarrow{MG}$.

❷ أثبت أنّ : $\vec{v}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

❸ أنشئ النقطة D حيث : $\vec{v}=\overrightarrow{AD}$.

❹ أحسب بال cm كل من : AD و AG .

❺ عين (T) مجموعة النقط M التي تحقق : $\|\vec{u}\|-\|\vec{v}\|=0$.

III ـ المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ ، $\alpha\in\mathbb{R}^*$ ، G' مرجع الجملة المثقلة : $\{(E;\alpha);(F;1+\alpha);(K;\alpha^2)\}$ حيث : $E(-\alpha;\alpha)$ ، $F(\alpha;-\alpha)$ و $K(\alpha;\alpha)$.

❶ عين جميع القيم الممكنة للعدد α حتى تكون G' موجودة .

❷ عين إحداثيي G' بدلالة α .

❸ هل توجد قيمة لـ α من أجلها تنتمي النقطة G' إلى المستقيم $(\Delta):y=x$ ؟ علّل إجابتك ؟

التّمرين 3 : 06 نقاط

I ـ a ، b و c أعداد حقيقية ، f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-2}$ وليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

◄ الجدول الموالي هو جدول تغيرات الدّالة f :

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
f	$\searrow$	2	$\nearrow$ $\Vert$ $\nearrow$	-2	$\searrow$

◄ **اعتماداً على جدول التغيرات :**

❶ شكل جدول إشارة $f'(x)$.

❷ عيّن القيم الحدّية المحلية للدالة f .

❸ قارن بين العددين $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ و $f\left(-\dfrac{1}{3}\right)$.

❹ عين قيمة كل من a ، b و c .

II ـ نضع : $a=-1$ ، $b=2$ و $c=-1$

❶ أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

❹ ليكن T_0 و T_1 مماسا (C_f) عند x_0 و x_1 من D_f حيث $x_0 \neq x_1$.

⊡ جد علاقة بين x_0 و x_1 حتى يكون لـ T_0 و T_1 نفس معامل التوجيه .

✧✧✧ **وفّقتم** ✧✧✧

التصحيح النموذجي لاختبار الفصل الثّاني في مادّة الرياضيات

المستوى : سنة ثانية شعبة علوم تجريبية — المدّة : ساعتان

حل التمرين 1 : 05 نقاط

❶ تعيين مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X — 1.5 ن

	-3	-3	-3	-2	-2	-1
-3	$\times$	0	0	1	1	2
-3	$\times$	$\times$	0	1	1	2
-3	$\times$	$\times$	$\times$	1	1	2
-2	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	0	1
-2	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	1
-1	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$

⊡ ومنه : $X \in \{0; 1; 2\}$ — 0.5 ن

⊡ قانون الإحتمال : — 1.5 ن

$X = x_i$	0	1	2
$p(X = x_i)$	$\frac{4}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

❷ حساب الأمل الرياضياتي ، التباين والإنحراف المعياري للمتغير العشوائي X :

⊡ الأمل الرياضياتي : — 0.5 ن

$$E(X) = 0 \times \frac{4}{15} + 1 \times \frac{8}{15} + 2 \times \frac{3}{15} = \frac{14}{15} = 0,93$$

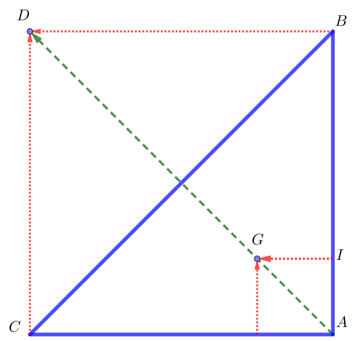
⊡ التباين : — 0.5 ن

$$V(X) = (0)^2 \times \frac{4}{15} + (1)^2 \times \frac{8}{15} + (2)^2 \times \frac{3}{15} - \left(\frac{14}{15}\right)^2 = \frac{104}{225} = 0,46$$

⊡ الإنحراف المعياري : — 0.5 ن

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = 0.6$$

حل التمرين 2 : 09 نقاط



⊡ إثبات G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;\alpha);(B;\beta);(C;\gamma)\}$: 0.75 ن

$$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{2+1+1}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2+1+1}\overrightarrow{AC}$$

⊡ أي : $\alpha=2$ ، $\beta=1$ و $\gamma=1$.

II ـ لتكن M نقطة كيفية من المستوي ، $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعين حيث :

$$\vec{u}=2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\quad;\quad\vec{v}=-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$$

❶ التعبير عن الشعاع $\vec{u}$ بدلالة $\overrightarrow{MG}$: $\vec{u}=4\overrightarrow{MG}$ 0.75 ن

❷ الإثبات : 01 ن

$$\vec{v}=-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$$

❸ إنشاء النقطة D حيث : $\vec{v}=\overrightarrow{AD}$ **(أنظر الشكل)** . 0.5 ن

❹ حساب cm كل من : AD و AG : 01 ن

⊡ بتطبيق نظرية فيثاغورس في كل من المثلثين AIG و ABD نجد :

$$\begin{cases}AG=\sqrt{AI^2+IG^2}=\sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2+\left(\frac{5}{4}\right)^2}=\frac{5\sqrt{2}}{4}cm\\ AD=\sqrt{BD^2+AB^2}=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}cm\end{cases}$$

❺ $\|\vec{u}\|-\|\vec{v}\|=0$ تكافئ $MG=\frac{5\sqrt{2}}{4}cm$ وعليه (T) دائرة مركزها G ونصف قطرها $\frac{5\sqrt{2}}{4}cm$. 01 ن

III ـ

❶ G' موجودة إذاوفقط إذا كان $\alpha^2+2\alpha+1\neq 0$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}^*$ ومنه : $\alpha\in\mathbb{R}-\{-1;0\}$. 01 ن

❷ إحداثيي G' بدلالة α : 01 ن

$$\begin{cases}x_G=\frac{\alpha^3+\alpha}{\alpha^2+2\alpha+1}\\ y_G=\frac{\alpha^3-\alpha}{\alpha^2+2\alpha+1}\end{cases}$$

❸ G' تنتمي إلى المستقيم $(\Delta):y=x$ معناه : $x_G=y_G$ أي $\frac{\alpha^3+\alpha}{\alpha^2+2\alpha+1}=\frac{\alpha^3+\alpha}{\alpha^2+2\alpha+1}$ ومنه $2\alpha=0$ ومنه $\alpha=0$ (مرفوض) وعليه لاتوجد قيمة لـ α تحقق المطلوب . 02 ن

حل التّمرين 3 : 06 نقاط

I ـ

❶ جدول إشارة $f'(x)$. 01 ن

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	

❷ القيم الحدّية المحلية للدالة f : 01 ن

⊡ 2 قيمة حدّية محلية صغرى على المجال $]-\infty;2[$ تبلغها f عند 2 .

⊡ -2 قيمة حدّية محلية عظمى على المجال $]2;+\infty[$ تبلغها f عند 3 .

❸ f متزايدة تماماً على المجال $\left[-\frac{1}{2};-\frac{1}{3}\right]$ ومنه $f\left(-\frac{1}{2}\right) < f\left(-\frac{1}{3}\right)$ . . 01 ن

❹ تعيين قيمة كل من a ، b و c :

⊡ لدينا : $f'(x) = a - \frac{c}{(x-2)^2}$ ومنه $f'(1) = 0$ تكافئ $a = c$.

⊡ $f(1) = 2$ تكافئ $a + b - a = 2$ ومنه $b = 2$.

⊡ $f(3) = -2$ تكافئ $3a + 2 + a = -2$ ومنه $a = -1$ ومنه $c = -1$. 01 ن

II ـ نضع : $a = -1$ ، $b = 2$ و $c = -1$

❶ $(T) : y = \dfrac{3}{4}x + \dfrac{3}{2}$. 01 ن

❹ $f'(x_0) = f'(x_1)$ تكافئ $(x_0 - x_1)(x_0 + x_1 - 4) = 0$ تكافئ $x_0 + x_1 = 4$. 01 ن