

## الفصل الثالث

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  نعتبر  $(C_f)$  التمثيل البياني لدالة  $f$  المعرفة كما يلي:

$$f(x) = \frac{x}{1-2x}, \quad (D) \text{ مستقيم معادلته } y = x \text{ كما هو موضح في الشكل (الوثيقة المرفقة).}$$

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{1-2u_n} \text{ و } u_0 = -1 \text{ نعتبر المتتالية } (u_n) \text{ المعرفة بـ}$$

1/ مثل بيانيا على محور الفواصل الحدود  $u_0, u_1, u_2$  (دون حسابها)

كح أعط تخمين لاتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n)$ .

$$2/ \text{ نعتبر المتتالية } (v_n) \text{ المعرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي: } v_n = \frac{1}{u_n}$$

أ- برهن أن المتتالية  $(v_n)$  حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- أكتب  $(v_n)$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $(u_n)$  بدلالة  $n$ .

ج- أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ .

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  ، لتكن النقط  $A(1; 1)$  ،  $B(-2; 1)$  ،  $C(-1; -1)$

(1) أوجد معادلة للمستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل النقطة  $A$  و شعاع  $BC$  ناظمي له.

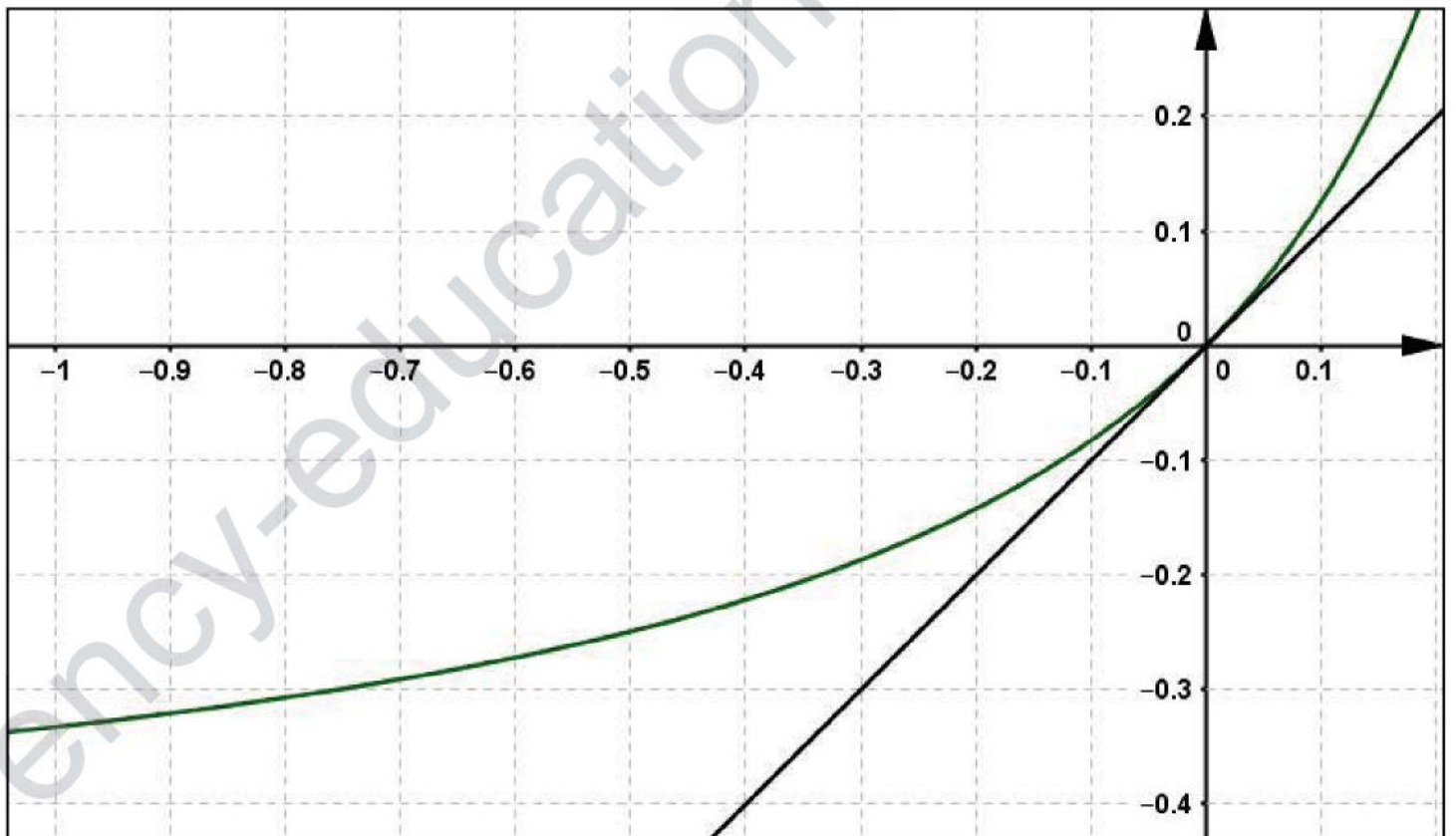
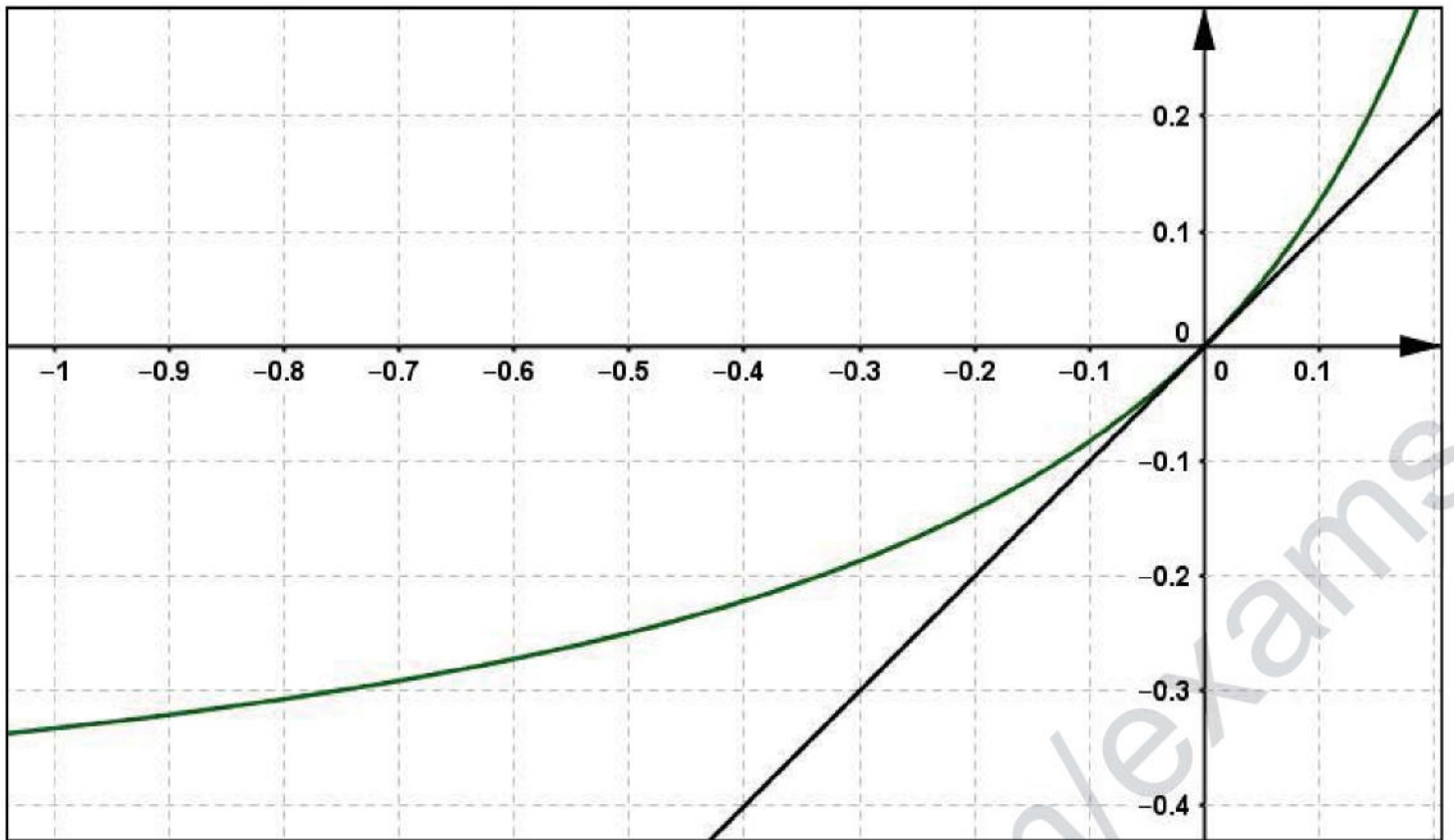
(2) أوجد معادلة الدائرة  $(C)$  التي مركزها  $\omega(-1; 3)$  ونصف قطرها  $BC$ .

(3) تحقق أن  $B$  تنتمي إلى  $(C)$  ثم أوجد معادلة المماس  $(\Gamma)$  لـ  $(C)$  عند  $B$ .

(4) عين معادلة للدائرة  $(C')$  التي قطرها  $[BC]$ .

(5) أحسب المسافة بين مركز الدائرة  $(C')$  و المستقيم  $(\Delta)$ .

فعلوا مع



$$S_n = \left( \frac{-1+1-2n}{2} \right) (n) = \boxed{-n^2}$$

(1) معادلة المستقيم  $(\Delta)$

$$(\Delta): (1)x + (-2)y + c = 0 \text{ إذن شعاع ناظمي } \vec{BC} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

نبحث عن قيمة  $c$  بما أن  $A \in (\Delta)$  أي:  $1(1) - 2(1) + c = 0 \Rightarrow \boxed{c=1}$

$$\text{ومنه } (\Delta): x - 2y + 1 = 0$$

(2) معادلة الدائرة  $(C)$

لدينا المركز  $\omega(-1; 3)$  ونصف القطر  $BC = r = \sqrt{5}$

إذن معادلة الدائرة هي:  $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 5$

(3) نتحقق أن  $B$  تنتمي إلى  $(C)$  ثم إيجاد معادلة المماس  $(\Gamma) \perp (C)$  عند  $B$ .

نتحقق أن:  $B \in (C)$  نعوض إحداثيات النقطة  $B$  في معادلة

$$\text{الدائرة } (C): (-2+1)^2 + (1-3)^2 = 5 \Rightarrow \boxed{5=5}$$

محقة ومنه  $B \in (C)$ .

• معادلة المماس  $(\Gamma)$

$$(\Gamma): (-1)x + (-2)y + c = 0 \text{ إذن } \vec{\omega B} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ هو الشعاع الناظمي هو}$$

نبحث عن قيمة  $c$  بما أن  $B \in (\Gamma)$

$$\text{أي: } -1(-2) - 2(1) + c = 0 \Rightarrow \boxed{c=0} \text{ ومنه } (\Gamma): -x - 2y = 0$$

(4) معادلة الدائرة  $(C')$

القطر هو  $[BC]$  إذن المركز هو  $\Omega \left( \frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2} \right)$

$$\text{أي } \Omega \left( -\frac{1}{2}, 0 \right) \text{ ونصف القطر } \frac{BC}{2} = r = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

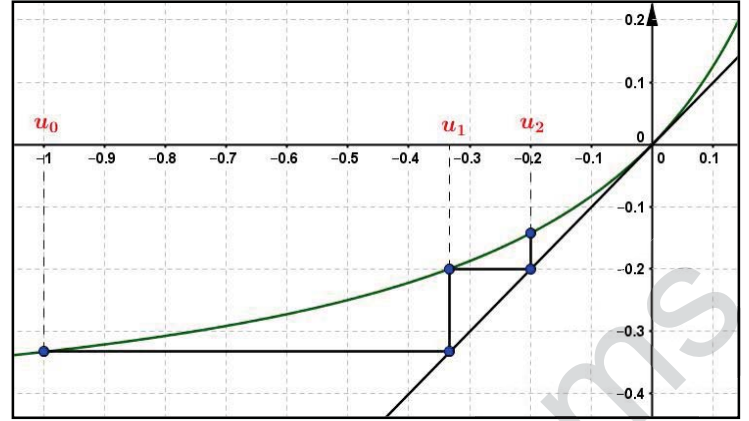
$$\text{إذن معادلة الدائرة هي: } (C'): \left( x + \frac{1}{2} \right)^2 + y^2 = \frac{5}{4}$$

(5) حساب المسافة بين مركز الدائرة  $(C')$  و المستقيم  $(\Delta)$

$$d(\Omega, (\Delta)) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\left| -\frac{1}{2} - 2(0) + 1 \right|}{\sqrt{(1)^2 + (-2)^2}} = \frac{1}{2\sqrt{5}}$$

$$\text{إذن } d(\Omega, (\Delta)) = \frac{\sqrt{5}}{10}$$

1 / تمثيل بيانيا الحدود  $u_0, u_1, u_2$  على محور الفواصل



التخمين حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ :

من التمثيل البياني نلاحظ أن  $u_2 > u_1 > u_0$  إذن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما على  $\mathbb{N}$ .

التخمين حول نهاية المتتالية  $(u_n)$ :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n) = 0$

1/2 - برهان أن المتتالية  $(v_n)$  حسابية:

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} = \frac{1}{\frac{u_n}{1-2u_n}} = \frac{1-2u_n}{u_n} = \frac{1-2\left(\frac{1}{v_n}\right)}{\frac{1}{v_n}} = \frac{v_n - 2}{\frac{1}{v_n}} = \boxed{v_n - 2}$$

ملاحظة: نستعمل طريقة أخرى بحساب الفرق

$$v_{n+1} - v_n$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{1}{u_{n+1}} - \frac{1}{u_n} = \frac{1-2u_n}{u_n} - \frac{1}{u_n} = \frac{-2u_n}{u_n} = \boxed{-2}$$

ومنه المتتالية  $(v_n)$  حسابية أساسها  $r = -2$  وحدها الأول

$$v_0 = \frac{1}{u_0} = \boxed{-1}$$

ب- كتابة  $(v_n)$  بدلالة  $n$

$$\text{لدينا: } v_n = v_0 + nr \text{ ومنه: } \boxed{v_n = -1 - 2n}$$

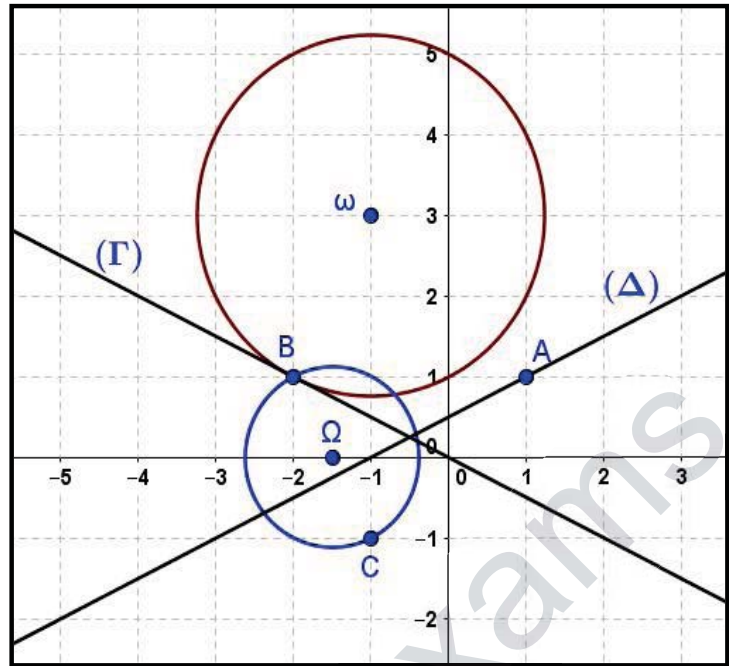
استنتاج  $(u_n)$  بدلالة  $n$ .

$$u_n = \frac{1}{v_n} \text{ ومنه } \boxed{u_n = \frac{1}{-1-2n}}$$

ج- حساب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

$$S_n = \left( \frac{v_0 + v_{n-1}}{2} \right) ((n-1) - 0 + 1) = \left( \frac{-1 + v_{n-1}}{2} \right) (n)$$

$$\text{نحسب: } \boxed{v_{n-1} = -1 - 2(n-1) = 1 - 2n}$$



مكتبة  
العلم  
والثقافة  
بمدرسة  
الهدى  
بمدينة  
الرياض  
السعودية