المستوى:الثانية رياضيات	جانفي 2021
الفرض الثاني في مادة الرياضيات	المدة : 2 سا

التمرين الأول(7 ن)

ليكن $P(x)$ كثير حدود حيث : $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 13x + 10$

1- بين أن العدد 2 هو جذر لكثير الحدود $P(x)$

2- جد كثير الحدود $Q(x)$ بحيث يكون من اجل كل عدد حقيقي x :

$$P(x) = (x-2)\,Q(x)$$

3- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$

4- ادرس إشارة $P(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x) < 0$

5- استنتج حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x :

$$2x\sqrt{x} - 13x + 13\sqrt{x} + 10 = 0$$

التمرين الثاني(13 ن)

نعتبر الدالة f_a المعرفة على المجال $\mathbb{R} - \{2\}$ ب:

$$f_a(x) = \frac{3x - 6 + a}{x - 2}$$

a عدد حقيقي غير معدوم.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس

$(O\,;\ \vec{i}\,;\ \vec{j})$

الجزء الاول :

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f_a حسب قيم a.

2) عين قيمة a حتى يتقاطع منحنى الدالة f مع محور الفواصل في النقطة A(0,2

الجزء الثاني :

نضع $a = 4$: $f(x) = \frac{3x-2}{x-2}$

1) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) عين نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') الذين يوازيان المستقيم (D) ذو المعادلة $y = -x + 3$. ثم اكتب معادلة المماسين (T) و(T')

4) ادرس الوضعية النسبية لكل من (C_f) و (T) . ثم (C_f) و (T')

5) بين أن النقطة $\Omega\ (2\ ;\ 3)$ مركز تناظر ل(C_f) .

6) ارسم المنحنى (C_f) على المجال $[-2\ ;\ 6]$

7) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ ب :

$$g(x)=\frac{3|x|-2}{|x|-2}$$

ليكن (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم.

أ) اشرح كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f).

ب) ارسم المنحنى (C_g) .

بالتوفيق

أستاذ المادة: زنتوت. ع.

التصحيح النموذجي

التمرين — **الحل** — **التنقيط**

التمرين 1 (7 ن)

1- نبين أن العدد 2 هو جذر ل($P(x$

$P(2) = 2\ (2\ )^{\ 3}$ -13 (2) ^{2} +13 (2) +10 = 52-52 = 0 — 0.5 ن

و منه 2 هو جذر ل($P(x$

2- إيجاد كثير الحدود $Q(x)$

باستعمال طريقة القسمة الاقليدية أو المطابقة نجد : — 1.5 ن

$Q(x) = 2\ x^2 - 9\ x - 5$

3- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x)= 0$ معناه $(x\text{-}2)\ Q(x) = 0$

إما $(x\text{-}2) = 0$ أو $2\ x^2 - 9\ x - 5 = 0$

ومنه $(x=2)$

أو $\Delta = 121$ للمعادلة حلين مختلفين هما — 1.5 ن

$x_2 = 5$ و $x_1 = -\frac{1}{2}$

إذن

$S= \{\frac{-1}{2}; 2; 5\ \}$

4- إشارة $P(x)$ — 1.5ن

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		5		$+\infty$
$x-2$		-		-	0	+		+	
$Q\ (\ x\ )$		+	0	-		-	0	+	
$P(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

استنتاج حلول المتراجحة $P(x) < 0$ — 1 ن

$S=]\ -\infty\ ;\quad -\frac{1}{2}\quad]\cup[\quad 2\ ;\ 5\ [$

- استنتاج حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x

		$$2x\sqrt{x} - 13x + 13\sqrt{x} + 10 = 0$$ نضع $t^2 = x$ و منه $t = \sqrt{x}$ و $t^3 = x\sqrt{x}$ مع $t > 0$	
	1 ن	و منه تصبح المعادلة $2t^3 - 13t^2 + 13t + 10 = 0$ و منه $t_3 = 5$; $t_2 = 2$ و $t_1 = -\frac{1}{2}$ مرفوض . إذن : $S = \{ 4 ; 25 \}$	

التمرين 2	**الجزء الاول :** 1) اتجاه تغير الدالة f_a. • تعيين ${f'}_a$ مشتقة الدالة f_a و دراسة إشارتها. f_a دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{2\}$ و دالتها المشتقة هي : $$f_a{}'(x) = \frac{-a}{(x-2)^2}$$ • إشارة $f_a{}'(x)$ حسب قيم : اذا كان a>0 فان $0 > f'(x) < 0$ • و منه الدالة f متناقصة تماما على المجال $\mathbb{R} - \{2\}$ اذا كان a<0 فان $0 > f'(x) > 0$ • و منه الدالة f متزايدة تماما على المجال $\mathbb{R} - \{2\}$ 2) حساب a : $$f(0) = \frac{-6+a}{-2} = 2$$ $$a = 2$$ **<u>الجزء الثاني :</u>** 1) اتجاه تغير الدالة f . • تعيين f' مشتقة الدالة f و دراسة إشارتها. f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{2\}$ و دالتها المشتقة هي : $$f'(x) = \frac{-4}{(x-2)^2}$$ • إشارة $f'(x)$: نلاحظ أنه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{2\}$: $f'(x) < 0$ • و منه الدالة f متناقصة تماما على المجال $\mathbb{R} - \{2\}$ جدول التغيرات	1ن 0.5ن 0.5 ن	12ن

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$-$
$f(x)$	↘	‖	↘

1 ن

2) نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

- مع محور الفواصل معناه $y=0$

و منه $(C_f) \cap (xx') = \{A(\frac{3}{2};0)\}$

- مع محور التراتيب معناه $x=0$

1 ن

و منه $(C_f) \cap (yy') = \{B(0;1)\}$

3) نبين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') الذين يوازيان المستقيم (D) ذو $y = -x + 3$

معناه $f'(x) = -1$ و منه $\frac{-4}{(x-2)^2} = -1$

1.5 ن

إذن $x=0$ أو $x = 4$

- معادلة المماسين (T) و (T')

1.5ن

$(T) : y = -x + 9 \; ; \; (T') : y = -x + 1$

4) الوضعية النسبية لكل من (C_f) و (T) . ثم (C_f) و (T')

- الوضعية النسبية ل (C_f) و (T)

$f(x)-y = \frac{x^2-8x+16}{x-2}$

1 ن

(C_f) فوق (T) على $]2;4[\cup]4;+\infty[$.

(C_f) تحت (T) على $]-\infty;2[$

(C_f) يقطع (T) عند النقطة $(4;5)$

	1 ن	• الوضعية النسبية ل (C_f) و (T') $f(x)\text{-}y = \frac{x^2}{x-2}$ (C_f) فوق (T') على $]2 ; +\infty[$. (C_f) تحت (T') على $]-\infty ; 2[$ (C_f) فوق (T') على $]-\infty ;0[\cup]2; +\infty[$. (C_f) تحت (T') على $]0 ; 2[$ (C_f) يقطع (T') عند النقطة $(0 ; 1)$	
	1 ن	5) نبين أن النقطة $\Omega\ (2 ; 3)$ مركز تناظر ل (C_f) يكفي إثبات أن $f(4-x)+f(x)=6$	
	1 ن	6) رسم المنحنى (C_f). على المجال $[-2 ; 6]$ 7) أ) الشرح كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f)	
	1 ن	$g(x) = \begin{cases} f(x) & si \quad x \in [0\ ,2[\cup]2\ ,+\infty[\\ f(-x) & si \quad x \in]-\infty; 2[\end{cases}$ لما $x \in [0\ ,2[\cup]2\ ,+\infty[$ فإن (C_f) و (C_g) منطبقان . لما $x \in]-\infty; 2[$ فإن (C_g) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور التراتيب.	

	ب) رسم المنحنى (C_g)	1 ن	