المستوى:الثانية علوم تجريبية	جانفي 2021
الفرض الثاني في مادة الرياضيات	المدة : 2 سا

التمرين الأول(8 ن)

ليكن $P(x)$ كثير حدود حيث : $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 13x + 10$

1- بين أن العدد 2 هو جذر لكثير الحدود $P(x)$

2- جد كثير الحدود $Q(x)$ بحيث يكون من اجل كل عدد حقيقي x :

$$P(x) = (x-2)\,Q(x)$$

3- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$

4- ادرس إشارة $P(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x) < 0$

5- استنتج حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x :

$$2x\sqrt{x} - 13x + 13\sqrt{x} + 10 = 0$$

التمرين الثاني(12 ن)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ ب :

$$f(x) = \frac{3x-2}{x-2}$$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) عين نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') الذين يوازيان المستقيم (D) ذو المعادلة $y = -x + 3$. ثم اكتب معادلة المماسين (T) و(T')

4) ادرس الوضعية النسبية لكل من (C_f) و (T) . ثم (C_f) و (T')

5) بين أن النقطة $\Omega\ (2\ ;\ 3)$ مركز تناظر ل (C_f) .

6) ارسم المنحنى (C_f) على المجال $[-2\ ;\ 6]$

7) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ ب :

$$g(x)=\frac{3|x|-2}{|x|-2}$$

ليكن (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم.

أ) اشرح كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f).

ب) ارسم المنحنى (C_g) .

بالتوفيق **أستاذة المادة: سوالمي. خ.**

إن النجاح هو ذلك البحر الذي لا يستطيع أن يسبح فيه الفاشلون ...

التصحيح النموذجي

التنقيط		الحل	التمرين
8 ن			التمرين 1

التمرين 1 — (8 ن)

1- نبين أن العدد 2 هو جذر لـ $P(x)$ (1 ن)

$P(2) = 2(2)^3 - 13(2)^2 + 13(2) + 10 = 52 - 52 = 0$

و منه 2 هو جذر لـ $P(x)$

2- إيجاد كثير الحدود $Q(x)$ (2 ن)

باستعمال طريقة القسمة الاقليدية أو المطابقة نجد :

$Q(x) = 2x^2 - 9x - 5$

3- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$ معناه $(x-2)\,Q(x) = 0$ (1.5 ن)

إما $(x-2) = 0$ أو $2x^2 - 9x - 5 = 0$

ومنه $(x=2)$

أو $\Delta = 121$ للمعادلة حلين مختلفين هما

$x_2 = 5$ و $x_1 = -\frac{1}{2}$

إذن

$S = \{\frac{-1}{2}; 2; 5\}$

4- إشارة $P(x)$ (1 ن)

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		5		$+\infty$
$x-2$		-		-	0	+		+	
$Q(x)$		+	0	-		-	0	+	
$P(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

استنتاج حلول المتراجحة $P(x) < 0$ (1 ن)

$S =]-\infty ; -\frac{1}{2}] \cup [2 ; 5[$

- استنتاج حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x

	1.5 ن	$$2\,x\,\sqrt{x} - 13\,x + 13\,\sqrt{x} + 10 = 0$$ نضع $x = t^2$ و منه $t = \sqrt{x}$ و $t^3 = x\sqrt{x}$ مع $t > 0$ و منه تصبح المعادلة $2t^3 - 13t^2 + 13t + 10 = 0$ و منه $t_3 = 5$; $t_2 = 2$ و $t_1 = -\frac{1}{2}$ مرفوض . إذن : $$S = \{\ 4\,;25\ \}$$	

التمرين 2 — 12ن

1) اتجاه تغير الدالة f .

- تعيين f' مشتقة الدالة f و دراسة إشارتها.

f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{2\}$ و دالتها المشتقة هي :

$$f'(x) = \frac{-4}{(x-2)^2}$$

1 ن

- إشارة $f'(x)$:

نلاحظ أنه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{2\}$:

$$f'(x) < 0$$

- و منه الدالة f متناقصة تماما على المجال $\mathbb{R} - \{2\}$

جدول التغيرات

1 ن

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$-$
$f(x)$	↘	‖	↘

2) نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

- مع محور الفواصل معناه $y=0$

و منه $(C_f) \cap (xx') = \{A(\frac{3}{2};0)\}$

1 ن

- مع محور التراتيب معناه $x=0$

و منه $(C_f) \cap (yy') = \{B(0;1)\}$

3) نبين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') الذين يوازيان المستقيم (D) ذو $y = -x + 3$

1.5 ن

معناه $f'(x) = -1$ و منه $\frac{-4}{(x-2)^2} = -1$

إذن $x=0$ أو $x = 4$

1.5ن

- معادلة المماسين (T) و (T')

$(T) : y = -x + 9$; $(T') : y = -x + 1$

	1 ن	4) الوضعية النسبية لكل من (C_f) و (T) . ثم (C_f) و (T') • الوضعية النسبية ل (C_f) و (T) $f(x)\text{-}y = \frac{x^2-8x+16}{x-2}$ (C_f) فوق (T) على $]2 ;4[\cup]4; +\infty[$. (C_f) تحت (T) على $]-\infty ; 2[$ (C_f) يقطع (T) عند النقطة $(4 ; 5)$	
	1 ن	• الوضعية النسبية ل (C_f) و (T') $f(x)\text{-}y = \frac{x^2}{x-2}$ (C_f) فوق (T') على $]2 ; +\infty[$. (C_f) تحت (T') على $]-\infty ; 2[$ (C_f) فوق (T') على $]-\infty ;0[\cup]2; +\infty[$. (C_f) تحت (T') على $]0 ; 2[$ (C_f) يقطع (T') عند النقطة $(0 ; 1)$	
	1 ن	5) نبين أن النقطة $\Omega\ (2 ; 3)$ مركز تناظر ل(C_f) يكفي إثبات أن $f(4-x)+f(x)=6$	

	6) رسم المنحنى (C_f). على المجال $[-2\ ;\ 6]$ 7) أ) الشرح كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) $$g(x) = \begin{cases} f(x) & si \quad x \in [0\ ,2[\cup]2\ ,+\infty[\\ f(-x) & si \quad x \in]-\infty;2[\end{cases}$$ لما $x \in [0\ ,2[\cup]2\ ,+\infty[$ فإن (C_f) و (C_g) منطبقان . لما $x \in]-\infty;2[$ فإن (C_g) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور التراتيب. ب) رسم المنحنى (C_g)	1 ن 1 ن 1 ن	