2020 / 12 / 28	المدة : ساعة و نصف	سلم التنقيط
فرض الثلاثي الأول في مادة الرياضيات للقسم 2 تر		
اللقب :	الاسم :	النقطة : /20

التمرين الأول : (14.5 نقطة)

الجزء 1 : لتكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x)=\frac{-2x+7}{x-3}$

و (C_f) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

➤ جد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

.... تكافئ .... بالتالي : $D_f=$............ 0.75

➤ عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من D_f : $f(x)=a+\frac{b}{x-3}$

$f(x)=$.. 0.50

نضع : $\begin{cases} \text{..............................} \\ \text{..............................} \end{cases}$

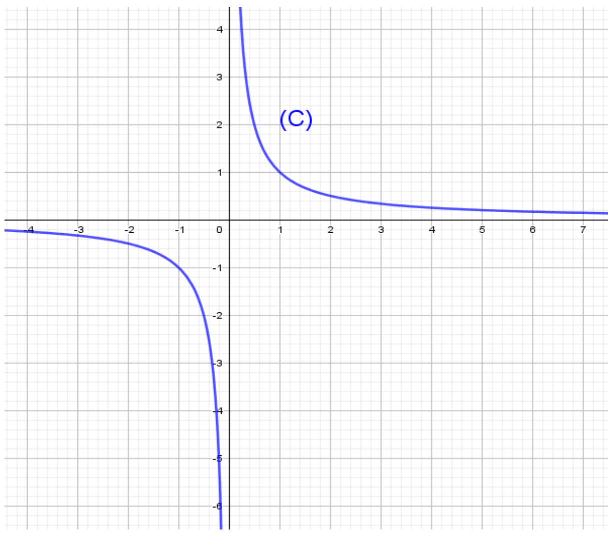
.... $\begin{cases} \text{..................} \\ \text{..................} \end{cases}$ يعني : $\begin{cases} a=\text{.....} \\ b=\text{.....} \end{cases}$ 1.00

بالتالي : $f(x)=.....+\frac{.....}{x-3}$

➤ استنتج طريقة لإنشاء المنحنى (C_f) على D_f انطلاقا من منحنى الدالة مقلوب (C) على المجال $\mathbb{R}^*$ ثم أنشئه.

المنحنى (C_f) على D_f هو 0.50

....



0.50

➤ استنتج جدول تغيرات الدالة f على D_f .

x	$-\infty$ ..... $+\infty$
$f(x)$	

0.50

لتكن النقطة Ω ذات الإحداثيات $(3;-2)$ في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

➤ بعد تعيين دساتير تغيير المعلم بين أن معادلة المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ هي : $Y=\frac{1}{X}$.

0.50 دساتير تغيير المعلم : $\begin{cases} \text{........................} \\ \text{........................} \end{cases}$

0.25 .... تكافئ : .... يعني :

0.50 .... أي : ....

➤ أدرس شفعية الدالة f في المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

لدينا مهما $X\in\mathbb{R}^*$ فان $-X\in\mathbb{R}^*$

0.50 ....

0.25 و منه f دالة .... في المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ و بالتالي ....

0.25 ....

الجزء 2 : لتكن الدالة k المعرفة بـ: $k(x)=\sqrt{\frac{-2x+7}{x-3}}$

➤ بين أن الدالة k هي مركب دالتين يطلب تعيينهما.

0.50 نضع : $k=...o...$ بحيث أن : $\underbrace{k:x\xmapsto{.....}\text{..............}\xrightarrow{.....}\text{..............}}_{k}$

....

➤ حل في D_f المتراجحة $\frac{-2x+7}{x-3}\geq 0$

....

0.75 ....

....

جدول إشارات $\frac{-2x+7}{x-3}$ على المجال D_f :

x	$-\infty$ .... $+\infty$

0.25
0.25
0.25

0.50 حلول المتراجحة $\frac{-2x+7}{x-3}\geq 0$ على D_f هي : ....

➤ بفرض أن D_g هي مجموعة تعريف الدالة g جد D_k مجموعة تعريف الدالة k .

0.50 $D_k=\{\text{..}\}$

0.25 $=\{\text{..}\}$

0.25 $=\{\text{..}\}$

0.50 $=$..

➢ أدرس اتجاه تغير الدالة k على D_k

....

....

....

.... 0.75

....

....

بالتالي الدالة k .... تماما على المجال D_k 0.25

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

الجزء 3 : h دالة عددية معرفة بـ : $h(x)=f(|x|)$

و (C_h) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

➢ جد D_h مجموعة تعريف الدالة h .

$$h(x)=f(|x|)=\frac{-2|x|+7}{|x|-3}$$

.... تكافئ .... يعني $\begin{cases}\text{..........}\\ \text{..........}\end{cases}$ أي $\begin{cases}\text{..........}\\ \text{..........}\end{cases}$ 0.75

بالتالي : $D_h=$.. 0.25

➢ بين أن الدالة h زوجية في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

....

.... 0.50

و منه h دالة زوجية في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و بالتالي 0.25

....

➢ استنتج جدول تغيرات الدالة h على D_h .

x	$-\infty$ ... ... $+\infty$
$h(x)$	

0.25

➢ أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة على D_h

$$h(x)=f(|x|)=\begin{cases}\text{.....................};x\in\text{..........}\\ \text{.....................};x\in\text{..........}\end{cases}$$ 0.50

➢ استنتج طريقة لإنشاء المنحنى (C_h) على D_h انطلاقا من المنحنى (C_f) على المجال D_f ثم أنشئه. 0.50

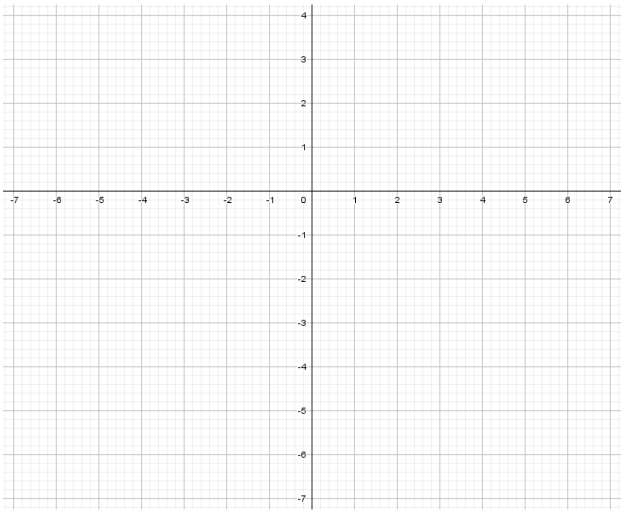
....

....

....

....

....



0.50

التمرين الثاني : (5.5 نقاط)

$P(x)$ كثير حدود معرف على $\mathbb{R}$ بـ:

$$P(x)=-8x^3+32x^2+2x-8$$

▪ بين أن العدد 4 جذرا لـ $P(x)$

.... 0.25

▪ جد باستعمال القسمة الاقليدية الأعداد الحقيقية a ، b ، c
بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $P(x)=(x-4)(ax^2+bx+c)$

$$\begin{array}{r|l} -8x^3+32x^2+2x-8 & x-4 \\ \hline & \end{array}$$ 1.00

ومنه $a=...$ $b=..$ $c=..$ بالتالي $P(x)=(x-4)(............)$ 0.75

▪ حلل $P(x)$ إلى جداء عوامل من الدرجة الأولى ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

$P(x)=0$ تكافئ: .... يعني :

$\begin{cases}\text{......................}\\ \text{......................}\end{cases}$ أي : $\begin{cases}\text{......................}\\ \text{......................}\end{cases}$ 0.75

نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة ....

.... 0.75

$$\begin{cases}x_1=\frac{\text{.............}}{\text{.............}}=\frac{\text{.............}}{\text{.............}}=\frac{\text{.....}}{\text{.....}}=\frac{\text{...}}{\text{...}}\\ x_2=\frac{\text{.............}}{\text{.............}}=\frac{\text{.............}}{\text{.............}}=\frac{\text{.....}}{\text{.....}}=\frac{\text{...}}{\text{...}}\end{cases}$$ 0.50 0.50

$$P(x)=(\text{.........})(\text{.........})(\text{.........})$$ 0.25

حلول المعادلة $P(x)=0$ في $\mathbb{R}$ هي : $\{.....;.....;.....\}$ 0.75

2020 / 12 / 29	المدة : ساعة و نصف	سلم التنقيط
معالجة فرض الثلاثي الأول في مادة الرياضيات للقسم 2 تر		

التمرين الأول : (14.5 نقطة)

الجزء 1 : لتكن الدالة f المعرفة بـ : $f(x)=\dfrac{-2x+7}{x-3}$

و (C_f) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

➢ جد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

$x-3\neq 0$ تكافئ $x\neq 3$ بالتالي : $D_f=\mathbb{R}-\{3\}$ — 0.75

➢ عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من D_f : $f(x)=a+\dfrac{b}{x-3}$

$f(x)=a+\dfrac{b}{x-3}=\dfrac{a(x-3)+b}{x-3}=\dfrac{ax-3a+b}{x-3}$ — 0.50

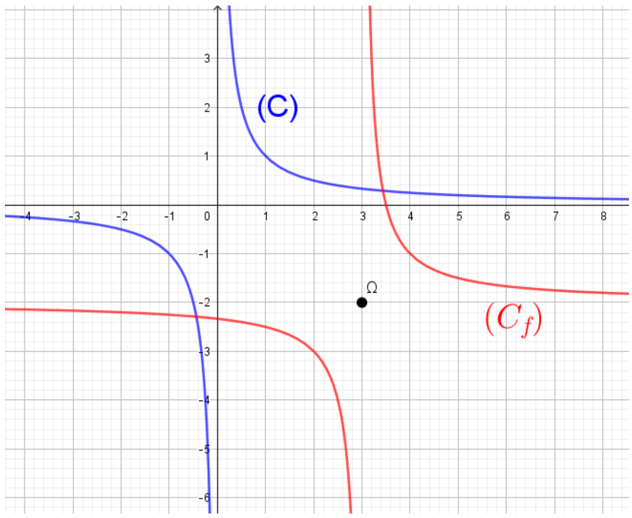
نضع : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{-2x+7}{x-3}\text{.................}(1) \\ f(x)=\dfrac{ax-3a+b}{x-3}\text{...........}(2)\end{cases}$

بالمطابقة بين (1) و (2) نجد : $\begin{cases} ax=-2x \\ -3a+b=7\end{cases}$ يعني : $\begin{cases} a=-2 \\ b=1\end{cases}$ — 1.00

بالتالي : $f(x)=-2+\dfrac{1}{x-3}$

➢ استنتج طريقة لإنشاء المنحنى (C_f) على D_f انطلاقا من منحنى الدالة مقلوب (C) على المجال $\mathbb{R}^*$ ثم أنشئه.

المنحنى (C_f) على D_f هو صورة المنحنى (C) على $\mathbb{R}^*$ بالانسحاب الذي شعاعه $3\vec{i}-2\vec{j}$ — 0.50



0.50

➢ استنتج جدول تغيرات الدالة f على D_f .

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$	-2 ↘	$-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	-2

0.50

لتكن النقطة Ω ذات الإحداثيات $(3;-2)$ في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

➢ بعد تعيين دساتير تغيير المعلم بين أن معادلة المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ هي : $Y=\dfrac{1}{X}$.

دساتير تغيير المعلم : $\begin{cases} x=X+3 \\ y=Y-2\end{cases}$ — 0.50

$f(x)=-2+\dfrac{1}{x-3}$ تكافئ $y=-2+\dfrac{1}{x-3}$ معناه : — 0.25

$Y-2=-2+\dfrac{1}{X+3-3}$ أي : $Y=\dfrac{1}{X}$ — 0.50

➢ أدرس شفعية الدالة f في المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

لدينا مهما $X\in\mathbb{R}^*$ فإن $-X\in\mathbb{R}^*$

$f(-X)=\dfrac{1}{-X}=-\dfrac{1}{X}=-f(X)$ — 0.50

و منه f دالة فردية في المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ و بالتالي المنحنى (C_f) — 0.25

يقبل مبدأ المعلم Ω كمركز تناظر. — 0.25

الجزء 2 : لتكن الدالة k المعرفة بـ : $k(x)=\sqrt{\dfrac{-2x+7}{x-3}}$

➢ بين أن الدالة k هي مركب دالتين يطلب تعيينهما.

نضع : $k=gof$ بحيث أن : $k:x\overset{f}{\mapsto}\dfrac{-2x+7}{x-3}\overset{g}{\rightarrow}\sqrt{\dfrac{-2x+7}{x-3}}$

أي : $g(x)=\sqrt{x}$ و $f(x)=\dfrac{-2x+7}{x-3}$ — 0.50

➢ حل في $\mathbb{R}-\{3\}$ المتراجحة $\dfrac{-2x+7}{x-3}\geq 0$

$\dfrac{-2x+7}{x-3}=0$ تكافئ : $\begin{cases} -2x+7=0 \\ x-3\neq 0\end{cases}$ أي : $\begin{cases} x=7/2 \\ x\neq 3\end{cases}$ — 0.75

جدول إشارات $\dfrac{-2x+7}{x-3}$ على المجال $\mathbb{R}-\{3\}$:

x	$-\infty$	3		$7/2$	$+\infty$
$-2x+7$	$+$		$+$	0	$-$
$x-3$	$-$	0	$+$		$+$
$\dfrac{-2x+7}{x-3}$	$-$	‖	$+$	0	$-$

0.25 — 0.25 — 0.25

حلول المتراجحة $\dfrac{-2x+7}{x-3}\geq 0$ على $\mathbb{R}-\{3\}$ هي : $\left]3;\dfrac{7}{2}\right]$ — 0.50

➢ بفرض أن D_g هي مجموعة تعريف الدالة g جد D_k مجموعة تعريف الدالة k .

$D_k=\left\{x\in\mathbb{R}-\{3\}\ \ et\ \ f(x)\in\mathbb{R}^+\right\}$ — 0.50

$=\left\{x\in\mathbb{R}-\{3\}\ \ et\ \ \dfrac{-2x+7}{x-3}\in\mathbb{R}^+\right\}$ — 0.25

$=\left\{x\in\mathbb{R}-\{3\}\ \ et\ \ x\in\left]3;\dfrac{7}{2}\right]\right\}$ — 0.25

$=(\mathbb{R}-\{3\})\cap\left]3;\dfrac{7}{2}\right]=\left]3;\dfrac{7}{2}\right]$ — 0.50

➤ أدرس اتجاه تغير الدالة k على D_k

من جدول تغيرات الدالة f نلاحظ أن f متناقصة تماما على 0.25

المجال $\left]3;\frac{7}{2}\right]$ و $f\left(\left]3;\frac{7}{2}\right]\right)=\mathbb{R}^+=[0;+\infty[$ 0.25

ولدينا من جهة أخرى الدالة g متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ 0.25

بالتالي الدالة k متناقصة تماما على المجال $\left]3;\frac{7}{2}\right]$ 0.25

الجزء 3: h دالة عددية معرفة بـ: $h(x)=f(|x|)$

و (C_h) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

➤ جد D_h مجموعة تعريف الدالة h .

$$h(x)=f(|x|)=\frac{-2|x|+7}{|x|-3}$$

$|x|-3\neq 0$ يعني $|x|\neq 3$ تكافئ $\begin{cases}x\neq 3\\ -x\neq 3\end{cases}$ أي $\begin{cases}x\neq 3\\ x\neq -3\end{cases}$ 0.75

بالتالي: $D_h=\mathbb{R}-\{-3;3\}=]-\infty;-3[\cup]-3;3[\cup]3;+\infty[$ 0.25

➤ بين أن الدالة h زوجية في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

لدينا مهما $x\in D_h$ فان $-x\in D_h$

$$h(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=h(x)$$ 0.50

و منه h دالة زوجية بالتالي المنحنى (C_h) يقبل محور التراتيب (yy') لمحور تناظر. 0.25

➤ استنتج جدول تغيرات الدالة h على D_h . 0.25

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$h(x)$	-2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$\frac{-7}{3}$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-2

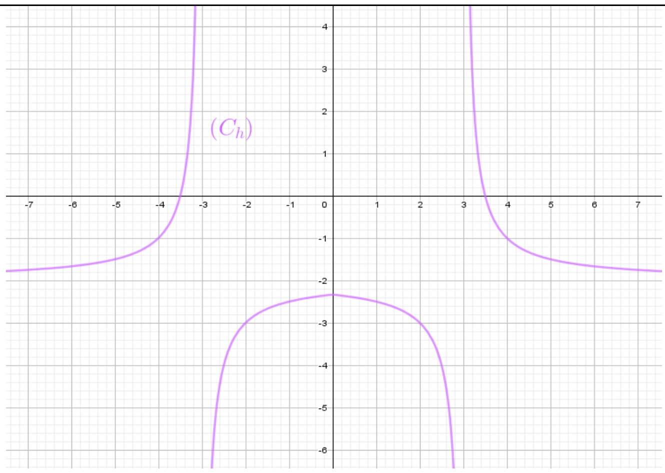
➤ أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة على D_h

$$h(x)=f(|x|)=\begin{cases}f(x);x\in\mathbb{R}^+-\{3\}\\ f(-x);x\in\mathbb{R}_-^*-\{-3\}\end{cases}=\begin{cases}\dfrac{-2x+7}{x-3};x\in\mathbb{R}^+-\{3\}\\ \dfrac{2x+7}{-x-3};x\in\mathbb{R}_-^*-\{-3\}\end{cases}$$ 0.50

➤ استنتج طريقة لإنشاء المنحنى (C_h) على D_h انطلاقا من المنحنى (C_f) على المجال D_f ثم أنشئه.

(C_h) على $\mathbb{R}^+-\{3\}$ منطبق على (C_f) على $\mathbb{R}^+-\{3\}$ 0.50

أما (C_h) على $\mathbb{R}_-^*-\{-3\}$ هو نظير (C_h) على $\mathbb{R}_+^*-\{3\}$ بالنسبة لمحور التراتيب لأن h دالة زوجية.



0.50

التمرين الثاني: (5.5 نقاط)

$P(x)$ كثير حدود معرف على $\mathbb{R}$ بـ:

$$P(x)=-8x^3+32x^2+2x-8$$

▪ بين أن العدد 4 جذرا لـ $P(x)$

$P(4)=-8\times4^3+32\times4^2+2\times4-8=520-520=0$ 0.25

▪ جد باستعمال القسمة الاقليدية الأعداد الحقيقية a، b، c

بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $P(x)=(x-4)(ax^2+bx+c)$

$$\begin{array}{r|l} -8x^3+32x^2+2x-8 & x-4 \\ \hline -8x^3+32x^2 \qquad\quad & -8x^2+2 \\ 0+2x-8 & \\ 2x-8 & \\ 0 & \end{array}$$ 1.00

ومنه $\boxed{a=-8}\boxed{b=0}\boxed{c=2}$ بالتالي $\boxed{P(x)=(x-4)(-8x^2+2)}$ 0.75

▪ حلل $P(x)$ إلى جداء عوامل من الدرجة الأولى ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

$P(x)=0$ تكافئ: $P(x)=(x-4)(-8x^2+2)$ يعني:

$\begin{cases}x-4=0\\ -8x^2+2=0\end{cases}$ أو أي: $\begin{cases}x=4\\ -8x^2+2=0\end{cases}$ أو 0.75

نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة $-8x^2+2=0$

$\Delta=b^2-4ac=0^2-4(-8)(2)=64$ ، $\sqrt{\Delta}=\sqrt{64}=8$ 0.75

$$\begin{cases}x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-0-8}{2(-8)}=\dfrac{-8}{-16}=\dfrac{1}{2}\\ x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-0+8}{2(-8)}=\dfrac{8}{-16}=\dfrac{-1}{2}\end{cases}$$ 0.50 0.50

$$P(x)=-8(x-4)(x-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{2})$$

$$=[-2(x-4)]\left[2(x-\frac{1}{2})\right]\left[2(x+\frac{1}{2})\right]$$

$$=(8-2x)(2x-1)(2x+1)$$ 0.25

حلول المعادلة $P(x)=0$ في $\mathbb{R}$ هي: $\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2};4\right\}$ 0.75