الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لوسط الجزائر	**ثانوية القبة الجديدة**	المستوى: الثانية رياضي
17 مارس2014	*اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات*	المدة : 3ساعات

التمرين الأول: (06,5 ن)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. $\left(\mathscr{C}_n\right)$ دائرة مركزها O و طول نصف قطرها $\frac{8}{2^n}$ حيث n عدد طبيعي. M_n نقطة من الدائرة $\left(\mathscr{C}_n\right)$ حيث : $\left(\vec{i};\overrightarrow{OM_n}\right)=\frac{n\pi}{2}$

1. أنشئ النقط M_0 ؛ M_1 ؛ M_2 ؛ M_3 ؛ M_4.
2. عيّن طبيعة المثلث OM_nM_{n+1}.
3. بيّن أنّ : $M_nM_{n+1}=\frac{8\sqrt{5}}{2^{n+1}}$
4. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $u_n=M_nM_{n+1}$

أ) برهن أنّ $\left(u_n\right)$ متتالية هندسية . عيّن أساسها و حدّها الأول. هل هي متقاربة ؟

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=M_0M_1+M_1M_2+\cdots+M_nM_{n+1}$

ج) احسب بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n=u_0{}^2\times u_1{}^2\times\cdots\times u_n{}^2$

التمرين الثاني: (06,5 ن)

- القول إنّ الدالة f دورية و دورها p يعني: أنه من أجل كل x من D_f $x+p\in D_f$ و $f(x+p)=f(x)$.

نعتبر الدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=1-8\cos x-4\cos 2x$

1. أ) برهن أنّ f دورية و دورها 2π .

ب) ادرس شفعية f .

ج) استنتج أنّه يمكن اقتصار دراسة f على المجال $[0;\pi]$ و اشرح كيف يمكن أن نكمل التمثيل البياني للدالة f على $[0;\pi]$ لكي نحصل على التمثيل البياني للدالة f على $\mathbb{R}$.

2. أ) احسب $f'(x)$ و تحقق أنّ $f'(x)=8\sin x(1+2\cos x)$.

ب) ادرس إشارة $f'(x)$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات f من أجل x ينتمي إلى المجال $[0;\pi]$.

3. أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=-8\cos^2 x-8\cos x+5$.

ب) استنتج حسابيا حلول المعادلة $f(x)=-1$ في $\mathbb{R}$.

التمرين الثالث: (07 ن)

ABC مثلث متقايس الساقين رأسه A حيث $\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)=\frac{2\pi}{5}$ و k عدد صحيح نسبي ، نضع $BC=a$.

منصف الزاوية $\widehat{ABC}$ يقطع الضلع $[AC]$ في نقطة D .

$[DH]$ ؛ $[DI]$ ؛ $[AJ]$ و $[BK]$ هي الارتفاعات في المثلثات DAB ؛ DBC ؛ ABC و DBC على الترتيب.

1. أنجز شكلًا .
2. أ) برهن أنّ المثلثان DAB و DBC متقايسا الساقين .

ب) نعتبر المثلث DAB ، عبّر عن الطول AB بدلالة $\cos\frac{\pi}{5}$ و a .

استنتج عبارة CD بدلالة $\cos\frac{\pi}{5}$ و a .

جـ) نعتبر المثلث DBC ، برهن أنّ: $CD=2a\cos\frac{2\pi}{5}$

د) استنتج أنّ: $\cos\frac{\pi}{5}-\cos\frac{2\pi}{5}=\frac{1}{2}$

3. أ) نعتبر المثلث DBC ، عبّر عن الطول IB بدلالة $\cos\frac{\pi}{5}$ و a .

استنتج عبارة IC بدلالة $\cos\frac{\pi}{5}$ و a .

ب) برهن أنّ: $IC=2a\left(\cos^2\frac{2\pi}{5}\right)$

ج) استنتج أنّ: $\cos\frac{\pi}{5}+2\cos^2\frac{2\pi}{5}=1$

4. أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $x^2+\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}=0$

ب) تحقق أنّ $\cos\frac{2\pi}{5}$ حل لهذه المعادلة

0,30

ج) استنتج القيمة المضبوطة للعدد $\cos\frac{2\pi}{5}$ ، ثمّ للعدد $\cos\frac{\pi}{5}$.

0,80

Bonus

أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $\cos(\sin x)>\sin(\cos x)$