مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

المادّة: الرياضيَّات | التاريخ: 2021/06/03

المستوى: 1ج م ع | المدة: 02 ســـــا

اختبار الفصل الثاني

التَّمرين الأوَّل: (11 ن)

I. ليكن كثير الحدود $p(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$.

1. أحسب $p(-1)$ ثم أعط تحليلا لـ $p(x)$.

2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $p(x) = 0$ والمتراجحة $p(x) \leq 0$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = (x-2)^2 - 1$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجالين: $]-\infty ; 2]$ و $[2 ; +\infty[$.

2) شكّل جدول تغيرات الدالة f.

3) أوجد نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل ومحور التراتيب.

4) أرسم المنحنى (C_f) إنطلاقا من منحنى الدالة مربع بانسحاب يطلب تعيين شعاعه.

5) نعتبر الدالة التآلفية: $g(x) = -2x + m$, نسمي (C_g) منحناها البياني.

أ. أوجد حسابيا قيم العدد الحقيقي m بحيث:

- المنحنى (C_f) يقطع المنحنى (C_g) في نقطتين.
- المنحنى (C_f) يكون دائما فوق المنحنى (C_g).

ب. من اجل $m = 4$ أوجد حسابيا حلول ما يلي: $f(x) = g(x)$ و $f(x) \geq g(x)$.

III. نعتبر الدالتين h و k المعرفتين بـ: $h(x) = |f(x)|$ و $k(x) = f(|x|)$.

1) أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة. ثم اشرح كيفية رسم المنحنى$(\ \ _h)$. (الرسم غير مطلوب).

2) بين أن k دالة زوجية، ثم أرسم (C_k) منحنى الدالة k في نفس المعلم السابق.

التَّمرين الثَّاني: (04 ن)

1) عيّن القيس الرئيسي للزوايا التالية: $\frac{2021\,\pi}{6}$, $\frac{1442\,\pi}{3}$, $135°$, $\frac{102\,\pi}{3}$.

2) بسّط العبارة التالية: $A(x) = 2\cos(2021\pi - x) + 4\sin(1441\pi - x) + \cos(x - 735\pi)$.

3) x عدد حقيقي، $E(x)$ عبارة حيث: $E(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$.

أ. أحسب $E\left(\frac{5\pi}{4}\right)$.

ب. بيّن أنّ: $E(x) = 2\cos^2(x) - 1$.

4) إذا علمت أنّ $E(x) = \frac{1}{2}$ و $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

أحسب $\cos x$ و $\sin x$.

التَّمرين الثَّالث: (05 ن)

الجدول التالي يمثل السرعات التي سجلتها الشرطة بأحد الطرق السريعة.

السرعات (km/h)	[70 ; 80[	[80 ; 90[	[90 ; 100[	[100 ; 110[	[110 ; 120[	[120 ; 130[
عدد السيارات	2	10	7	12	8	6

1) أعد رسم الجدول مبرزا فيه مراكز الفئات والتكرار المجمع الصاعد.

2) أحسب كل من: الوسط الحسابي، المدى والفئة المنوالية.

3) أحسب الوسيط.

4) أنشئ المدرج التكراري.

5) أنشئ المظلّع التكراري.

بالتَّوفيق للجميع

تمرين 1

$p(x)=x^3-3x^2-x+3$

$p(-1)=(-1)^3-3(-1)^2-(-1)+3=-1-3+1+3=0$

$p(x)=(x-(-1))(ax^2+bx+c)$

$=(x+1)(ax^2+bx+c)$

$=ax^3+bx^2+cx+ax^2+bx+c$

$=ax^3+(b+a)x^2+(c+b)x+c$

بالمطابقة

$$\begin{cases} a=1 \\ b+a=-3 \rightarrow b=-3-a=-4 \\ c+b=-1 \rightarrow c=-1-b=3 \\ c=3 \end{cases}$$

$p(x)=(x+1)(x^2-4x+3)$

$p(x)=0 \rightarrow \begin{cases} x+1=0 \rightarrow x=-1 \\ x^2-4x+3=0 \end{cases}$

$x^2-4x+3=0 \ : \ \Delta=(-4)^2-4(1)(3)=16-12=4$

$x_1=\frac{-(-4)-\sqrt{4}}{2(1)}=1 \qquad x_2=\frac{-(-4)+\sqrt{4}}{2}=3$

x	$-\infty$	-1		1		3	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
x^2-4x+3	$+$		$+$	0	$-$	0	$+$
$p(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

$p(x)\leq 0 \rightarrow x\in]-\infty,-1]\cup[1;3]$

4

$f(x)=(x-2)^2-1$

$=x^2-4x+4-1=x^2-4x+3$

-1

$x\in]-\infty,2[$	$x\in]2,+\infty[$
$x_1<x_2<2$	$2<x_1<x_2$
$x_1-2<x_2-2<0$	$0<x_1-2<x_2-2$
$(x_1-2)^2>(x_2-2)^2>0$	$0<(x_1-2)^2<(x_2-2)^2$
$(x_1-2)^2-1>(x_2-2)^2-1>-1$	$-1<(x_1-2)^2-1<(x_2-2)^2-1$
$f(x_1)>f(x_2)>-1$	$-1<f(x_1)<f(x_2)$
f متناقصة تماما	f متزايدة تماما

-2

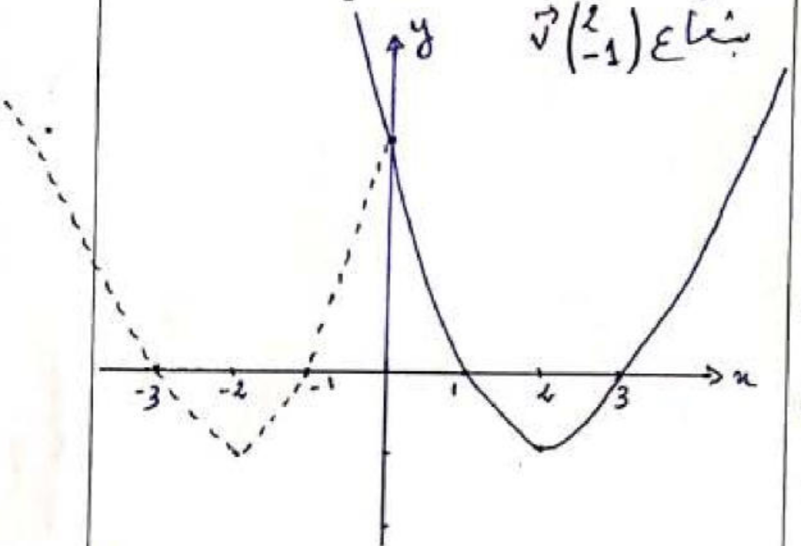
x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	↘	-1	↗

3. التقاطع مع محور التراتيب : $f(0)=3$

التقاطع مع محور الفواصل : $x^2-4x+3=0$

$x_1=1 \qquad x_2=3$

4- (C_f) هو انسحاب منحنى الدالة x^2 بشعاع $\vec{v}\binom{2}{-1}$



5- المنحنى (C_f) يقطع المنحنى (C_g) : $f(x)=g(x)$

$x^2-4x+3=-2x+m \rightarrow x^2-2x+3-m=0$

$\Delta=(-2)^2-4(1)(3-m)=4-12+4m$

$\Delta=4m-8$

m	$-\infty$	2	$+\infty$
$\Delta=4m-8$	$-$	0	$+$

المنحنى (C_f) يقطع المنحنى (C_g) في نقطتين إذا المعادلة تقبل حلين ومنه $\Delta>0$

إذن $m\in]2,+\infty[$

(C_f) يكون دائما فوق (C_g) المعادلة لا تقبل حلول حين تكون إشارتها من إشارة a موجبة ومنه $\Delta<0$: $m\in]-\infty,2[$

$A(x) = 2\cos(2021\pi - x) + 4\sin(1441\pi - x) + \cos(x - 735\pi)$

$A(x) = 2\cos(\pi - x) + 4\sin(\pi - x) + \cos(x - \pi)$

$= -2\cos x + 4\sin x - \cos x$

$= 4\sin x - 3\cos x$

.3

$E(\frac{5\pi}{4}) = \sin^2(\frac{5\pi}{4}) - \cos^2(\frac{5\pi}{4})$

$= \sin^2(\pi + \frac{\pi}{4}) - \cos^2(\pi + \frac{\pi}{4})$

$= \sin^2\frac{\pi}{4} - \cos^2\frac{\pi}{4} = 0$

$E(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ / $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$E(x) = \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 2\cos^2 x - 1$

-4

$E(x) = \frac{1}{2} \to 2\cos^2 x - 1 = \frac{1}{2}$

$2\cos^2 x = \frac{1}{2} + 1 \to \cos^2 x = \frac{3}{4} \to \cos x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \longrightarrow \sin x = \frac{1}{2}$

$\cos x = +\frac{\sqrt{3}}{2} \longrightarrow$ مرفوض

تمرين 3 :

$\bar{x} = 104,11$

المراكز	75	85	95	105	115	125
n_i	2	10	7	12	8	6
ت.م.ص	02	12	19	31	39	45

$P = 45 = 2 \cdot 22 + 1 \qquad P = 22$

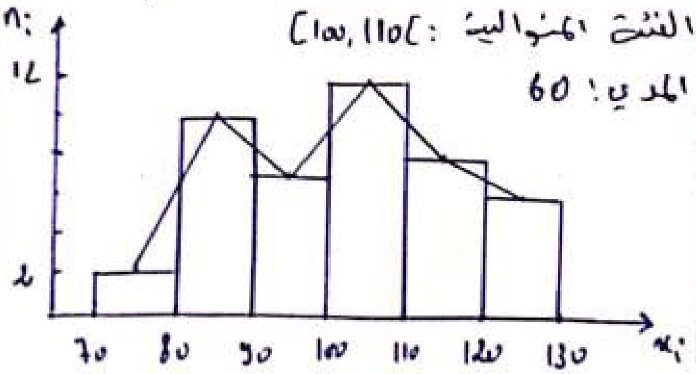
$a = 100 \quad b = 110 : [100, 110[$ الفئة الوسيطية

$\ell = 110 - 100 = 10 \quad d = 12 \quad r = 4$

$M_{ed} = a + \frac{r}{d}\cdot\ell = 100 + \frac{4}{12}\cdot 10 = 103,33$

الفئة المنوالية : $[100, 110[$

المدى : 60



ب) $m = 4$: $\Delta = 4(4) - 8 = 8$

$x_1 = \frac{-(-2) - \sqrt{8}}{2(1)} = \frac{2 - 2\sqrt{2}}{2} = 1 - \sqrt{2}$

$x_2 = \frac{-(-2) + \sqrt{8}}{2(1)} = \frac{2 + 2\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2}$

$x_1 = 1 - \sqrt{2}$; $x_2 = 1 + \sqrt{2}$: لـ $f(x) = g(x)$

x	$-\infty$		$1-\sqrt{2}$		$1+\sqrt{2}$		$+\infty$
$f(x)-g(x)$		+	0	−	0	+	

$x \in]-\infty, 1-\sqrt{2}] \cup [1+\sqrt{2}; +\infty[$

III

-1

$h(x) = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & f(x) > 0 \\ -f(x) & f(x) < 0 \end{cases}$

$h(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & x \in]-\infty, 1[\cup]3, +\infty[\\ -x^2 + 4x - 3 & x \in]1, 3[\end{cases}$

-2 لما : $x \in]-\infty, 1[\cup]3, +\infty[$:

(C_h) هو نفسه (C_f)

لما : $x \in]1, 3[$:

(C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل

.2

$k(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = k(x)$

k دالة زوجية.

تمرين 2 :

$\frac{2021\pi}{6} = 336\pi + \frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

$\frac{1442\pi}{3} = 480\pi + \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$

$135° = \frac{3\pi}{4}$

$\frac{102\pi}{3} = 34\pi = 0$