

الموسم الدراسي: 2020/2019

المدة: ساعتين (2h)

الثانوية: ثانوية المعز بجاية

المستوى: 1 ج م ع ت

إختبار مادة الرياضيات للفصل الثاني ج م ع ت

التمرين الأول: (6ن)

- اختر الإجابة الصحيحة لكل سؤال من الأسئلة التالية، مع التعليل.

I. f دالة معرفة على \mathbb{R} | بالعبارة: $f(x)=(x+1)^2 - 3$ معناها:

1. الدالة f متزايدة تمامًا على المجال $]-\infty ; -1]$

2. الدالة f متناقصة تمامًا على المجال $]-\infty ; -1]$

3. الدالة f ثابتة على المجال $]-\infty ; -1]$

II. إذا كان $x = \frac{2020\pi}{3}$ حيث x عدد حقيقي فإن:

$$\cos(x) = \frac{-1}{2} \quad 1.$$

$$\cos(x) = \frac{1}{2} \quad 2.$$

$$\cos(x) = \frac{-\sqrt{3}}{2} \quad 3.$$

III. ليكن $x \in [\pi; \frac{3\pi}{2}]$ إذا كان $\cos(x) = \frac{-1}{2}$ فإن:

$$\sin(x) = \frac{1}{2} \quad 1.$$

$$\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad 2.$$

$$\sin(x) = \frac{-\sqrt{3}}{2} \quad 3.$$

IV. x_1 و x_2 عدنان حقيقيان من المجال $[0; \frac{\pi}{2}]$ إذا كان $x_1 < x_2$ فإن:

$$\sin(x_1) > \sin(x_2) \quad 1.$$

$$\sin(x_1) < \sin(x_2) \quad 2.$$

$$\sin(x_1) = \sin(x_2) \quad 3.$$

(إقلب الصفحة)

التمرين الثاني: (7ن)

لتكن: $A(x) = (x - 3)(2x - 1) + x^2 - 9$

1. أنشر وبسط العبارة $A(x)$.
2. أكتب العبارة $A(x)$ على الشكل النموذجي.
3. حل المعادلة $A(x)=0$, ثم استنتج تحليلاً للعبارة $A(x)$ الى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
4. استنتج جدول إشارة العبارة $A(x)$.

5. نضع: $E(x) = \frac{A(x)}{x+2}$

- جد القيم الممنوعة للعبارة $E(x)$
- إنطلاقاً من جدول إشارة العبارة $A(x)$ استنتج جدول إشارة العبارة $E(x)$
- استنتج حلول المتراجحة: $E(x) \leq 0$

التمرين الثالث: (7ن)

المستوي منسوب الى معلم متعامد وتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

لتكن A, B, C ثلاث نقط من المستوي حيث: $A(2;1)$; $B(-1;4)$; $C(-4;1)$

1. عين إحداثيتي D علمًا أن $\vec{CD} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$
 2. مثل النقط A, B, C, D على المستوي.
 3. أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة C و \vec{AB} هو شعاع توجيهه.
 4. أحسب أطوال أضلاع المثلث ABC, ما نوع المثلث؟ (مع التعليل)
 5. N نقطة من حامل محور الفواصل.
- عين إحداثيتي النقطة N حتى تكون النقط N, A, B على إستقامة واحدة.
 - ما نوع الرباعي CDBN؟ (مع التعليل)

إنتهى...

التصحيح النموذجي لإختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التنقيط

حل التمرين الأول: (6ن)

I. f دالة معرفة على \mathbb{R} | بالعبارة: $f(x) = (x+1)^2 - 3$ معناه:

0.5ن

2. الدالة f متناقصة تمامًا على المجال $]-\infty ; -1]$

1ن

التعليل:

- دراسة إشارة $x+1$:

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

- جدول إشارة $x+1$:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$x + 1$	-	\emptyset	+

لتكن $x_1; x_2 \in]-\infty; -1]$

حيث $x_1 < x_2$

يكافئ $x_1 + 1 < x_2 + 1$

يكافئ $(x_1 + 1)^2 > (x_2 + 1)^2$

يكافئ $(x_1 + 1)^2 - 3 > (x_2 + 1)^2 - 3$

يكافئ $f(x_1) > f(x_2)$

ومنه الدالة f متناقصة تمامًا على $]-\infty, -1]$ (و.ه.م)

II. إذا كان $x = \frac{2020\pi}{3}$ حيث x عدد حقيقي فإن:

0.5ن

$$\cos(x) = \frac{-1}{2} \cdot 2$$

التعليل:

1ن

نعتبر $M\left(\frac{2020\pi}{3}\right)$

$$2020 = 673 \times 3 + 1$$

ومنه

$$\frac{2020\pi}{3} = \frac{673\pi \times 3}{3} + \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{2020\pi}{3} = 336 \times 2 + \pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{2020\pi}{3} = \pi + \frac{\pi}{3}$$

ومنه: $\cos\left(\frac{2020\pi}{3}\right) = ?$

أي: $\cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = ?$

وحسب القاعدة التي تقول $\cos(\pi + x) = -\cos(x)$

تصبح $\cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

ونحن نعلم أن $\frac{\pi}{3}$ هي زاوية شهيرة.

أي $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

ومنه $\cos(x) = \cos\left(\frac{2020\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{-1}{2}$ (و.ه.م)

- ليكن $x \in \left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ إذا كان $\cos(x) = \frac{-1}{2}$ فإن:

$$\sin(x) = \frac{-\sqrt{3}}{2} \cdot 3$$

التعليل:

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + \sin^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = 1 - \frac{1}{4}$$

$$\sin^2 x = \frac{4-1}{4}$$

$$\sin x = \mp \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$\begin{cases} -\frac{\sqrt{3}}{2} & \text{(مقبولة)} \\ +\frac{\sqrt{3}}{2} & \text{(مرفوضة)} \end{cases}$$

ومنه $x \in \left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ لأن $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

- x_1 و x_2 عدنان حقيقيان من المجال $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ إذا كان $x_1 < x_2$ فإن:

0.5ن

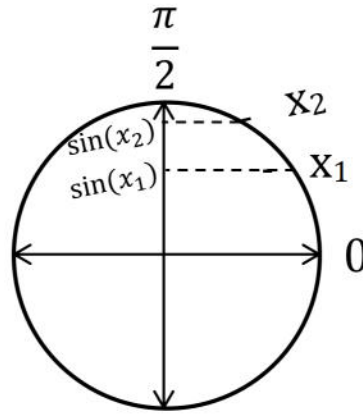
1ن

0.5ن

$$\sin(x_1) < \sin(x_2) \cdot 2$$

1ن

التعليل:

ومنه إذا كان $x_1 > x_2$ يكون $\sin x_1 > \sin x_2$

حل التمرين الثاني: (7ن)

1. نشر وتبسيط العبارة $A(x)$:

1ن

$$A(x) = (x - 3)(2x - 1) + x^2 - 9$$

$$A(x) = x(2x - 1) - 3(2x - 1) + x^2 - 9$$

$$A(x) = 2x^2 - x - 6x + 3 + x^2 - 9$$

$$A(x) = 3x^2 - 7x - 6$$

1ن

2. كتابة العبارة $A(x)$ على الشكل النموذجي:

$$A(x) = 3x^2 - 7x - 6$$

لدينا: $a=3, b=-7, c=-6$

$$A(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] \text{ ومنه}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \text{ حيث}$$

$$\Delta = 121 \text{ أي}$$

$$A(x) = 3 \left[\left(x - \frac{7}{6} \right)^2 - \frac{121}{36} \right] \text{ نجدها}$$

3. حل المعادلة $A(x)=0$:

0.5ن

$$\Delta = 121 > 0 \text{ بما أن}$$

إذن للمعادلة حلان مختلفان (متمايزان) هما:

$$x_1 = \frac{\sqrt{\Delta} - b}{2a} = 3$$

$$x_2 = \frac{-\sqrt{\Delta} - b}{2a} = \frac{-4}{6}$$

0.5ن

- تحليل العبارة $A(x)$:

$$A(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$A(x) = 3(x - 3)\left(x + \frac{4}{6}\right)$$

1.5ن

4. استنتاج جدول إشارة العبارة $A(x)$:

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

$$x + \frac{4}{6} = 0$$

$$x = -\frac{4}{6}$$

x	$-\infty$	$-\frac{4}{6}$	3	$+\infty$
$x - 3$	-	-	0	+
$x + \frac{4}{6}$	-	0	+	+
$A(x)$	+	0	-	+

5.E(x):

0.5ن

- القيم الممنوعة للعبارة $E(x)$:

القيم الممنوعة للعبارة $E(x)$ هي القيم التي تعدم المقام.

$$\text{ومنه } x + 2 = 0$$

$$(قيمة ممنوعة) \quad x = -2$$

1.5ن

- إستنتاج جدول إشارة العبارة $E(x)$:

x	$-\infty$	-2	$-\frac{4}{6}$	3	$+\infty$		
$A(x)$	+	+	○	-	○	+	
$x+2$	-	○	+	+	+	+	
$E(x)$	-		+	○	-	○	+

- استنتاج حلول المتراجحة: $E(x) \leq 0$

0.5ن

$$S = \left] -2; -\frac{4}{6} \right] \cup [3; +\infty[$$

حل التمرين الثالث: (7ن)

1ن

1. تعيين إحداثيتي النقطة D:

لدينا: $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x_D + 4 \\ y_D - 1 \end{pmatrix}$$

ومنه:

$$\begin{cases} x_D + 4 = 4 \\ y_D - 1 = -4 \end{cases}$$

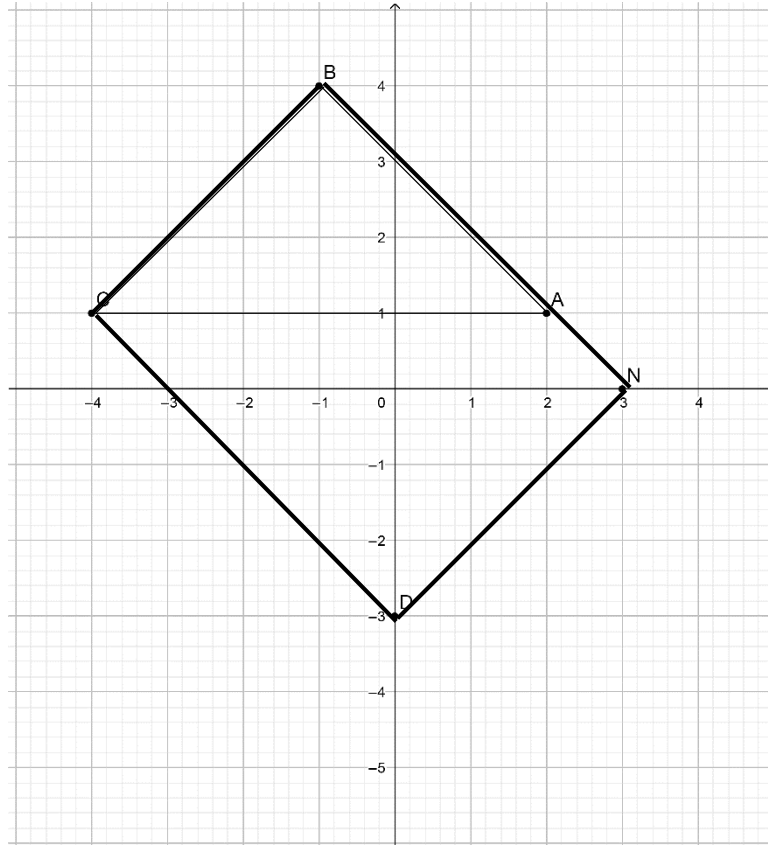
$$\begin{cases} x_D = 4 - 4 \\ y_D = -4 + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = -3 \end{cases}$$

أي: $D(0; -3)$

1ن

2. تمثيل النقط:



3. معادلة المستقيم (Δ) :

لدينا: $C(-4;1)$

لتكن $M(x; y) \in (\Delta)$

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1 - 2 \\ 4 - 1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{MC} \begin{pmatrix} x_C - x_M \\ y_C - y_M \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{MC} \begin{pmatrix} -4 - x \\ 1 - y \end{pmatrix}$$

ومنه \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{BC} مرتبطان خطياً

$$-3(1 - y) - 3(-4 - x) = 0$$

$$-3 + 3y - (-12 - 3x) = 0$$

$$-3 + 3y + 12 + 3x = 0$$

$$(\Delta) \quad \boxed{3x + 3y + 9 = 0}$$

1ن

1ن

4. حساب أطوال أضلاع المثلث ABC:

$$AB = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$BC = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$AC = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

- نوع المثلث ABC: (متساوي الساقين, وقائم في B)

التعليل:

0.5ن

(النوع)

$$\text{لدينا: } AB = BC = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

ومنه المثلث ABC هو مثلث متساوي الساقين.

نحسب النسب:

0.5ن

(التعليل)

$$AB + BC = \sqrt{18} + \sqrt{18} = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

$$AC = 6 \text{ cm}$$

بما أن $AB+BC=AC$

حسب نظرية فيثاغورس العكسية المثلث ABC قائم في B.

نستنتج أن: المثلث ABC متساوي الساقين, وقائم في B.

1ن

5. نقطة N من حامل محور الفواصل:

- تعيين إحداثيتي النقطة N:

حتى تكون النقط N, A, B على إستقامة واحدة يجب أن يكون \overrightarrow{BA} و \overrightarrow{BN} مرتبطان خطيًا.ملاحظة: لدينا من المعطيات N نقطة من حامل محور الفواصل أي $N(x; 0)$.

$$\begin{array}{ccc} \overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \end{pmatrix} & \overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} -1 - 2 \\ 4 - 1 \end{pmatrix} & \overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{BN} \begin{pmatrix} x_N - x_B \\ y_N - y_B \end{pmatrix} & \overrightarrow{BN} \begin{pmatrix} x_N + 1 \\ 0 - 4 \end{pmatrix} & \overrightarrow{BN} \begin{pmatrix} x_N + 1 \\ -4 \end{pmatrix} \end{array}$$

ليكون \overrightarrow{BA} و \overrightarrow{BN} مرتبطان خطيًا يجب أن يكون:

$$(-3) \times (-4) - 3(x_N + 1) = 0$$

$$12 - 3x_N - 3 = 0$$

$$-3x_N = -9$$

$$x_N = 3$$

ومنه $N(3; 0)$

- نوع الرباعي CDNB: (متوازي أضلاع "مستطيل")

التعليل:

لدينا: $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$

1ن
(التعليل)

$$\overrightarrow{BN} \begin{pmatrix} x_N - x_B \\ y_N - y_B \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{BN} \begin{pmatrix} 3 + 1 \\ 0 - 4 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{BN} \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$$

بما أن \overrightarrow{BN} و \overrightarrow{CD} شعاعان متساويان إذن BN و CD متوازيان ومنه الرباعي CDNB متوازي أضلاع.

نحسب أطوال الرباعي CDNB: (ملاحظة: الحساب يكون باستعمال القاعدة)

$$CD = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$BN = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$BC = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$ND = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

ومنه طول الرباعي هو $CD = BN = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$ (1).....

وعرض الرباعي هو $BC = ND = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$ (2).....

من (1) و(2) نستنتج أن الرباعي CDNB هو مستطيل.

وليس مربع لأن

$$CD \neq ND \text{ و } CD \neq BC$$

$$\text{وأيضاً: } BN \neq ND \text{ و } BN \neq BC$$

إستنتاج عام: الرباعي CDNB متوازي أضلاع ومستطيل في نفس الوقت.