



المستوى الثانية ثانوي علوم تجريبية

المدة: 2 سا

اختبار الفصل الثالث في مادة الرياضيات

### التمرين الأول (5 ن):

$(U_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $U_n = -3n + 4$

(1) أثبت أن  $(n)$  متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

(2) استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$

(3) هل العدد  $-19$  حدا من حدود المتتالية  $(U_n)$  ؟

(4) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_{2n+3}$

### التمرين الثاني (8 ن):

لتكن  $f$  دالة معرفة على المجال  $[0; 2]$  بـ:  $f(x) = 3 - \frac{3}{x+1}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني كما هو موضح في الوثيقة المرفقة.

$(\Delta)$  المستقيم ذو المعادلة  $y = x$

$(U_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ: 
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$$

(1) على الوثيقة المرفقة، مثل الحدود  $U_0, U_1, U_2, U_3$  على محور الفواصل و بدون حسابها مبرزا خطوط التمثيل

(2) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(n)$  و تقاربها

(3)  $(n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n}$

• أثبت أن  $(n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{3}$  يطلب تعيين حدها الأول

(4) اكتب عبارة  $V_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $U_n$  بدلالة  $n$

(5) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

أ. بين أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $V_n = 1 - \frac{2}{n}$

ب. احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S'_n$  حيث:  $S'_n = \frac{2}{U_0} + \frac{2}{U_1} + \dots + \frac{2}{U_n}$

### التمرين الثالث (7 ن):

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 2 \end{cases} \quad (U_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ:}$$

$(V_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $V_n = U_n + \alpha$  حيث  $\alpha \in \mathbb{R}$

(1) عين قيمة  $\alpha$  حتى تكون  $(V_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

(2) في ما يلي نضع  $\alpha = -3$ :

(أ) اكتب عبارة  $n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $U_n$  بدلالة  $n$

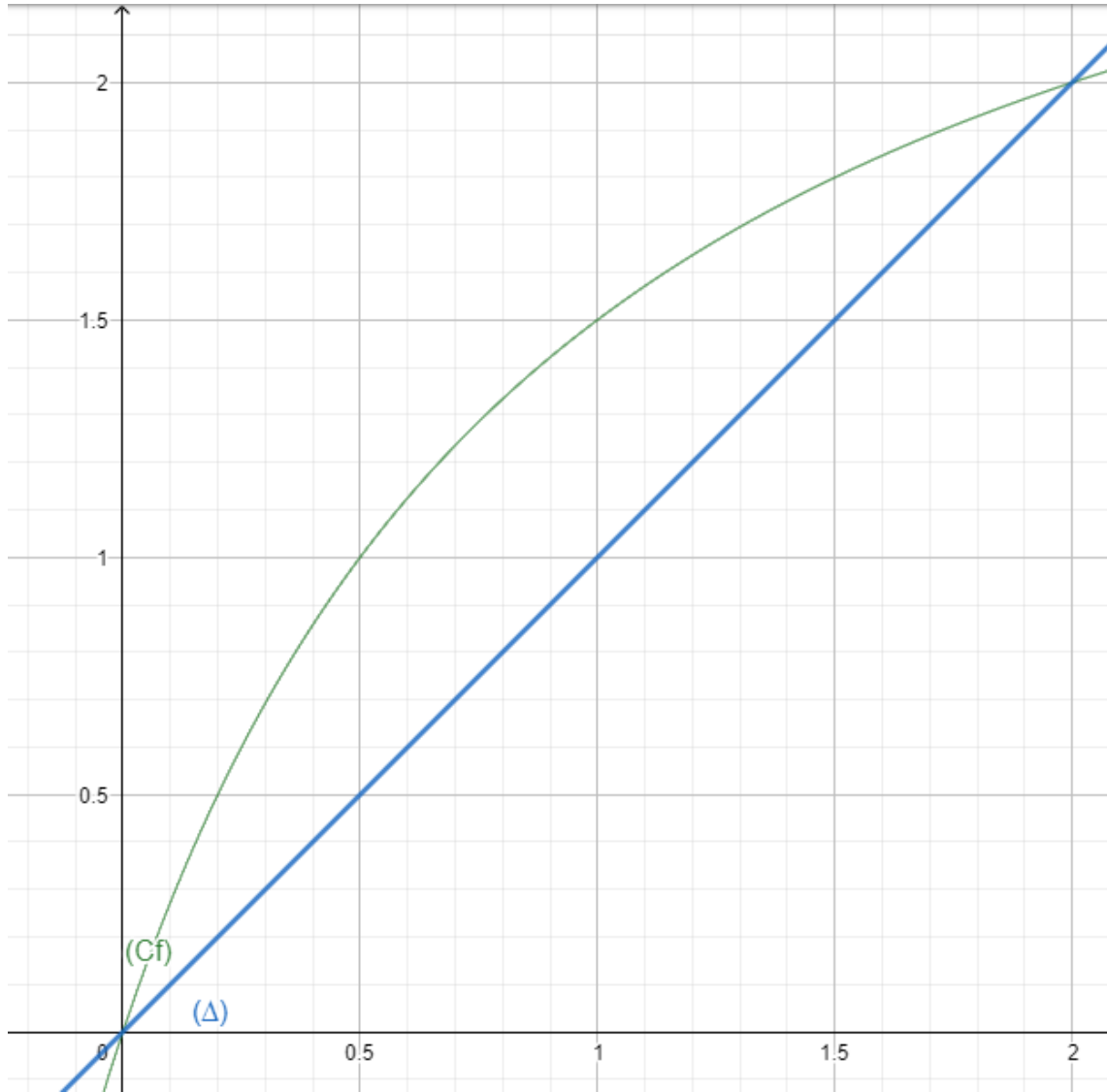
(ب) احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ . ماذا تستنتج؟

(3) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

(4) احسب بدلالة  $n$  الجداء  $P_n$  حيث:  $P_n = V_0 \times V_1 \times \dots \times V_n$

الاسم واللقب:

القسم:



(ملاحظة: الوثيقة المرفقة تسلم مع ورقة الاختبار)

## التصحيح النموذجي:

### التمرين الأول (5 ن):

(1) المتتالية  $(U_n)$  حسابية أساسها 3- و حدها الأول  $U_0 = 4$

(2) المتتالية  $(U_n)$  متناقصة

(3) 19- ليس حد من حدود المتتالية لان  $n = \frac{23}{3} \notin \mathbb{N}$

$$S_n = (-6n - 1) \times \frac{2n+4}{2} = -(6n + 1)(n + 2) \quad (4)$$

### التمرين الثاني (8 ن):

(1) تمثيل الحدود  $U_0, U_1, U_2, U_3$

(2) نضمن أن المتتالية  $(U_n)$  متزايدة و متقاربة

(3)

$$\leftarrow \text{لدينا من أجل كل } n \text{ من } \mathbb{N} : V_n = \frac{U_{n-2}}{U_n} = 1 - \frac{2}{n}$$

ب.  $(V_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{3}$  و حدها الأول  $V_0 = -1$

ت.  $(V_n)$  متقاربة لان  $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0$ .

$$U_n = \frac{2}{1-V_n} = \frac{2}{1+\left(\frac{1}{3}\right)^n} \quad \text{و} \quad V_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n \quad (4)$$

$$S_n = -\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{3}} = -\frac{3}{2} \times \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) \quad \text{حيث: } S_n \text{ المجموع } n \quad (5)$$

$$S'_n = (n+1) - S_n = (n+1) + \frac{3}{2} \times \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) \quad \text{حيث: } S'_n \text{ المجموع } n \quad (6)$$

### التمرين الثالث (7 ن):

(1) لما  $\alpha = -3$  تكون  $(V_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{3}$  و حدها الأول  $V_0 = -1$

$$U_n = V_n + 3 = -\left(\frac{1}{3}\right)^n + 3 \quad \text{و} \quad V_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n \quad (2)$$

(3)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 3$  . نستنتج أن المتتالية  $(U_n)$  متقاربة

(4) حساب بدلالة  $n$  المجموع  $n$  حيث:  $S_n = -\frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{3}} = -\frac{3}{2} \times \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)$

(5) حساب بدلالة  $n$  الجداء  $P_n$  حيث:  $P_n = (-1)^{n+1} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^{0+1+\dots+n} = (-1)^{n+1} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$