المستوى: الثانية ثانوي رياضيات	**نوفمبر 2019**
الفرض الأول في الرياضيات	**المدة : 2 ساعة**

التمرين الأول: (03 نقط)

لتكن f و g الدالتان العدديتان للمتغير الحقيقي x المعرفتان كما يلي: $f(x)=\sqrt{x-1}-2$ ، $g(x)=\dfrac{x-5}{\sqrt{x-1}+2}$

1) بيّن أنّ الدالتان f و g لهما نفس مجموعة التعريف D.

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من D: $f(x)=g(x)$.

التمرين الثاني: (06 نقط)

نعتبر كثير الحدود P حيث: $P(x)=2x^3-3x^2-11x+6$.

1) أحسب $P(-2)$. ماذا نستنتج؟

2) أ) عيّن الأعداد الحقيقية a، b، c، حيث من أجل كل عدد حقيقي x: $P(x)=(x+2)(ax^2+bx+c)$.

ب) استنتج تحليلا لـِ $P(x)$ إلى جداء ثلاث عوامل من الدّرجة الأولى.

3) أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$.

ب) استنتج حلول المعادلة: $2x\sqrt{x}-3x-11\sqrt{x}+6=0$.

التمرين الثالث: (11 نقطة)

I) لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ: $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عيّن D_f مجموعة تعريف الدالة f.

2) عيّن العددان الحقيقيان α و β حيث من أجل كل عدد حقيقي x من D_f: $f(x)=\alpha+\dfrac{\beta}{x-1}$

3) نضع $\alpha=2$ و $\beta=1$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f.

4) نضع $k(x)=\dfrac{1}{x}$

- تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f: $f(x)=k(x-1)+2$ ثمّ بيّن كيف يمكن رسم المنحنى (C_f) إنطلاقا من المنحنى الممثل للدالة k.

- ارسم (C_f) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

5) بيّن أنّ النّقطة $\Omega(1;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

II) لتكن h الدالةالمعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $h(x)=\left(\dfrac{2x-1}{x-1}\right)^2$.

1) فكّك h إلى مركب دالتين إحداهما f و الأخرى g يطلب تعيينها.

2) استنتج اتجاه تغير الدالة h ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

بالتوفيق **الأستاذة خ . سوالمي**

لا تيأس إذا رجعت خطوة إلى الوراء فلا تنسى أن السهم يحتاج أن ترجعه للوراء لينطلق بقوة إلى الأمام .

التصحيح النموذجي

رقم التمرين	الحل	العلامة	
التمرين 1	1) الدالتان f و g معرفتان من أجل $x-1\geq 0$ ومنه $D_f=D_g=D=[1;+\infty[$	1 ن	03 ن
	2) من أجل كل x من D: $f(x)=\sqrt{x-1}-2=\dfrac{(\sqrt{x-1}-2)(\sqrt{x-1}+2)}{\sqrt{x-1}+2}$ $=\dfrac{x-1-4}{\sqrt{x-1}+2}=\dfrac{x-5}{\sqrt{x-1}+2}=g(x)$ وبالتالي f و g متساويتان	2	
التمرين 2	1) $P(-2)=0$ إذن 2-جذرا لـِ $P(x)$.	1	06 ن
	2) أ) $a=2$ ، $b=-7$ و $c=3$ $P(x)=(x+2)(2x^2-7x+3)$	1	
	ب) $P(x)=2(x+2)(x-\dfrac{1}{2})(x-3)$ $=(x+2)(2x-1)(x-3)$	1	
	3) أ) مجموعة حلول المعادلة $P(x)=0$ هي: $S=\left\{-2;\dfrac{1}{2};3\right\}$	1,5	
	ب) نضع $X=\sqrt{x}$ وبالتالي $X^2=x$ إذن $2x\sqrt{x}-3x-11\sqrt{x}+6=0$ تكافئ $\begin{cases}2X^3-3X^2-11X+6=0\\X=\sqrt{x}\end{cases}$ أي $\begin{cases}X=-2;X=\dfrac{1}{2};X=3\\X=\sqrt{x}\end{cases}$ نعلم أنّ $X\geq 0$ إذن نأخذ فقط $X=\dfrac{1}{2}$ أي $\sqrt{x}=\dfrac{1}{2}$ ومنه $x=\dfrac{1}{4}$ بنفس الطريقة $X=3$ أي $\sqrt{x}=3$ ومنه $x=9$ مجموعة الحلول هي $S'=\left\{\dfrac{1}{4};9\right\}$	1,5	
التمرين 3	I) 1) $D_f=\mathbb{R}-\{1\}=]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$	0,5	
	2) $\alpha=2$ و $\beta=1$ و $f(x)=2+\dfrac{1}{x-1}$	1	
	3) اتجاه تغير الدالة f هي من اتجاه تغير الدالة $x\mapsto\dfrac{1}{x-1}$ والدالة $x\mapsto\dfrac{1}{x-1}$ هي مركب الدالة $x\mapsto x-1$ متبوعة الدالةِ: $x\mapsto\dfrac{1}{x}$ - $x\mapsto x-1$ متزايدة تماما على $]-\infty;1[$ إذن f متناقصة تماما على	1,5	

11ن

1,5

- $x \mapsto \frac{1}{x}$ متناقصة تماما على $]-\infty;0[$ $\quad$ $]-\infty;1[$
- $x \mapsto x-1$ متزايدة تماما على $]1;+\infty[$ $\quad$ إذن f متناقصة تماما على $]1;+\infty[$
- $x \mapsto \frac{1}{x}$ متناقصة تماما على $]0;+\infty[$

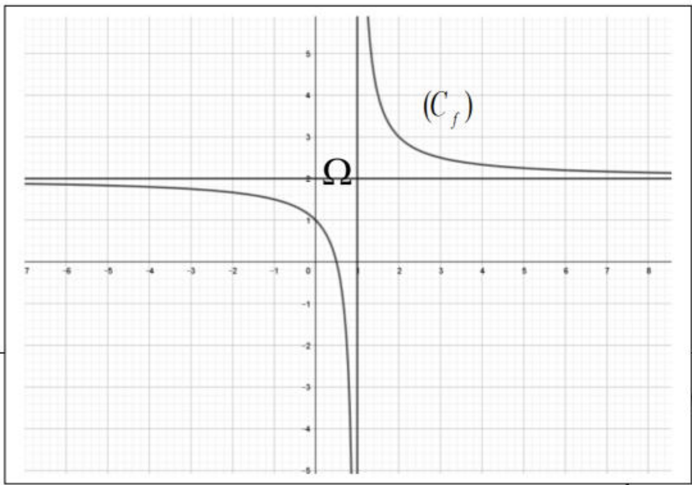
1

4) من أجل كل x من D_f : $f(x)=k(x-1)+2$

(C_f) يستنتج من منحنى الدالة k بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

1

رسم (C_f)



1,5

5) دساتير تغيير

$y=f(x)$ تكافئ $y=2+\frac{1}{x-1}$

أي $Y+2=2+\frac{1}{X}$ ومنه $Y=\frac{1}{X}$ وهي معادلة (C_f) في المعلم $(\Omega;\vec{i},\vec{j})$.

الدالة $X \mapsto \frac{1}{X}$ فردية وبالتالي $\Omega(1;2)$ مركز تناظر لـ (C_f)

0,5

II) 1) $h=g\circ f$ حيث g هي الدالة مربع $x \mapsto f(x) \mapsto (f(x))^2$

1,5

2) إشارة $\frac{2x-1}{x-1}$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$2x-1$		-	0	+		+	
$x-1$		-		-	0	+	
$f(x)$		+	0	-	||	+	

(3

$-\infty$ $\quad$ $\frac{1}{2}$ $\quad$ 1

0,5

x			$+\infty$
f	↘	↘	‖ ↘
g	↗	↘	↗
$h = g \circ f$	↘	↗	‖ ↘

جدول تغيرات h

x		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
h	$-\infty$ ↘	0	↗	‖ 1 ↘