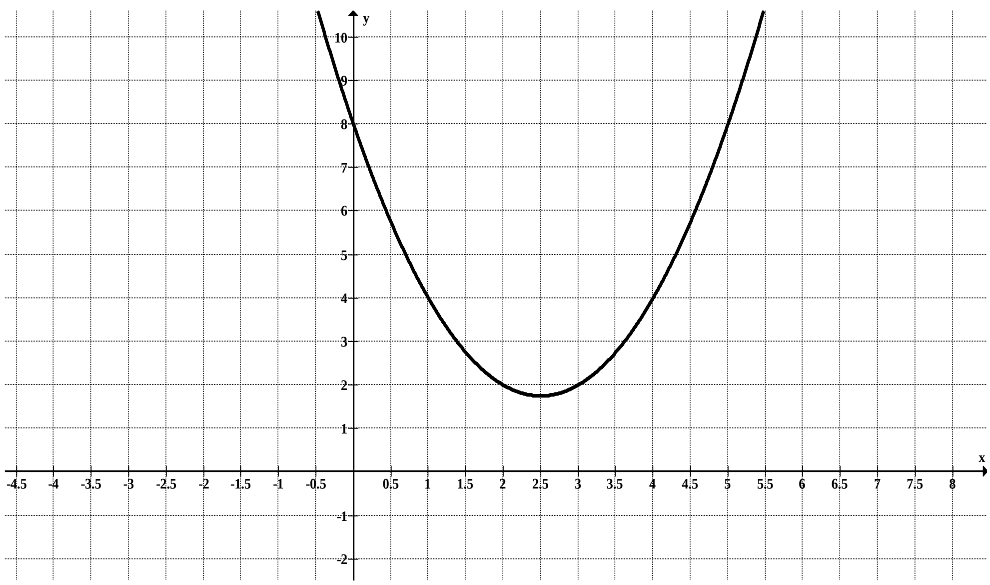
المادة:الرياضيات **التاريخ:2019/2018**

المستوى:الثانية ثانوي. **المدة: 02ســـــا**

الاختبار الأول للفصل الأول

تمرين 01:(06 ن)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد $(o,\vec{i},\vec{j})$ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$بـ: $f(x) = x^2 + bx + c$ حيث $b\ ,c$ أعداد حقيقية و ليكن (C_f) تمثيلها البياني.



بقراءة بيانية أثبت أنّ : $b = -5$ و $c = 8$.

1. أكتب $f(x)$ على الشكل $f(x) = (x+\alpha)^2 + \beta$ ثم استنتج التحويل النقطي الذي سمح برسم المنحني (C_f) انطلاقا من منحني دالة مرجعية.

2. بيّن أنّ المستقيم $x = \frac{5}{2}$ هو محور تناظر لـ (C_f).

3. نعتبر الدالتين h و k المعرفتين على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = |f(x)|$ و $k(x) = f(|x|)$.

أ) أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة. ثم استنتج رسم المنحني (C_h).

ب) بيّن أنّ الدالة k دالة زوجية ثم أرسم المنحني(C_k) في نفس المعلم السابق.

تمرين 02: (10 ن)

I. ليكن كثير الحدود $p(x) = x^3 - 6x^2 + 13x - 8$.

1. أحسب $P(1)$ ثم استنتج تحليلا لكثير الحدود $P(x)$.
2. أدرس إشارة $P(x)$ حسب قيم x.

II. نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $R - \{2\}$ كما يلي: $f(x) = x - 1 - \frac{x-1}{(x-2)^2}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1. بيّن أنه مهما يكن العدد الحقيقي x من D_f فإنّ: $f'(x) = \frac{\mathrm{P}(x)}{(x-2)^3}$.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة f.
3. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى C_f عند النقطة ذات الفاصلة 3.
4. عيّن دون حساب $\lim\limits_{x \longrightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1}$ وفسر النتيجة بيانيا.

III. g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي : $\mathrm{g}(x) = \frac{2x+5}{x-1}$.

1. عيّن g'; g''; $\mathrm{g}^{(3)}$; $\mathrm{g}^{(4)}$ الدوال المشتقة المتتابعة للدالة g.
2. أعط تخمينا حسب قيم العدد n لعبارة $\mathrm{g}^{(n)}(x)$. (يمكن وضع $\mathrm{n}! = \mathrm{n} \times (\mathrm{n}-1) \times (\mathrm{n}-2) \times \ldots \times 2 \times 1$)

تمرين 03: (04 ن)

نرمي مرتين متتابعتين زهرة نرد غير مزيفة أوجهها الستة مرقمة بالأرقام 4,2,2,1,1,1, و نسجل الرقمين المحصل عليهما من اليسار إلى اليمين.

1. ترجم هذه الوضعية بشجرة الاحتمالات المتوازنة. (يمكن استعمال جدول)
2. أحسب احتمال الحوادث التالية :

الحادثة A : الحصول على العدد 12 .   الحادثة B : الحصول على عدد مضاعف لـ 3 .

3. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج جداء الرقمين المحصل عليهما.

أ. عيّن القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

ب. عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.

ت. احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

بالتوفيق

تمرين ① :

$f(0)=8 \Rightarrow (0)^2+b(0)+c=8$

$\Rightarrow \boxed{c=8}$ (0,5)

$f(1)=4 \Rightarrow 1+b+8=4$

$\Rightarrow \boxed{b=-5}$ (0,5)

$f(x)=x^2-5x+8$

$f(x)=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$ (1)

(C_f) هو إنسحاب منحنى الدالة x^2

بشعاع $\vec{v}\begin{pmatrix}5/2\\7/4\end{pmatrix}$ (0,5)

2) $x=\frac{5}{2}$ هو محور تناظر:

$f\left(2\cdot\frac{5}{2}-x\right)=f(x)$ (0,25)

$f(5-x)=(5-x)^2-5(5-x)+8$

$=x^2-5x+8=f(x)$ (0,25)

3) المنحنى البياني مرسوم فوق محور الفواصل إذن $f(x)>0$ (1)

$h(x)=|f(x)|=f(x)$ (0,5)

$=x^2-5x+8$

(C_h) هو نفسه (C_f)

$k(x)=|x^2|-5|x|+8$

$k(-x)=|(-x)^2|-5|-x|+8$ (1)

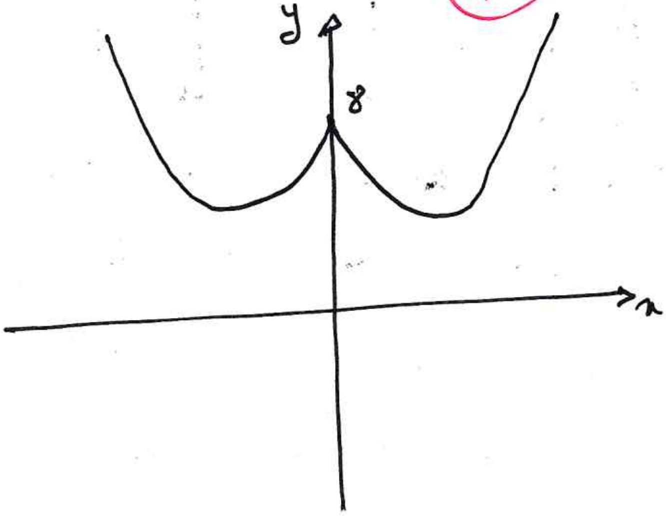
$=|x^2|-5|x|+8=k(x)$

$k(x)$ دالة زوجية

(C_k) هو نفسه (C_f) : $x\in]0,+\infty[$

(C_k) هو نظير (C_f) : $x\in]-\infty,0[$

بالنسبة لمحور التراتيب (0,5)



تمرين ② :

I) $p(1)=1-6+13-8=0$ (0,25)

$p(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$ (0,75)

$=(x-1)(x^2-5x+8)$

$x^2-5x+8>0$ إذن إشارة

$p(x)$ من إشارة $(x-1)$ (0,5)

x	$-\infty$ 1 $+\infty$
$p(x)$	$-$ 0 $+$

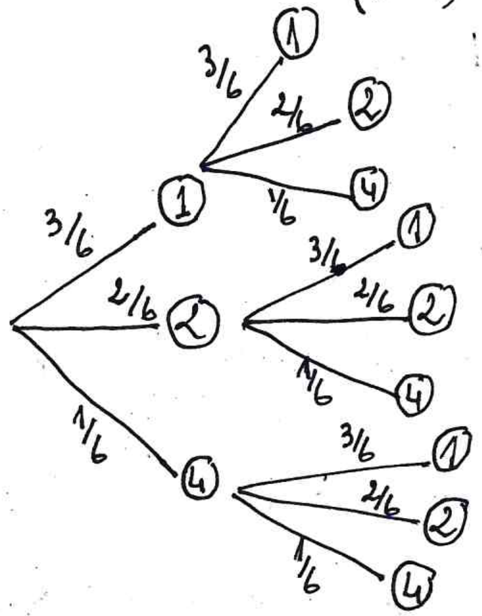
II) $f(x)=x-1-\dfrac{x-1}{(x-2)^2}$

$f'(x)=\dfrac{p(x)}{(x-2)^3}$ (1)

$$g^{(4)} = \frac{7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{(x-1)^5}$$ (1)

$$g^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n \cdot 7 \cdot n!}{(x-1)^{n+1}}$$ (0,5)

تمرين ③ :



(1)

(0,25)

$P(A) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$ $\boxed{P(A) = \frac{1}{6}}$

مضاعفات 3 هي : $\{12, 21, 24, 42\}$

$$P(B) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6}$$

$$\boxed{P(B) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}}$$ (0,25)

(0,5)

3) قيم X هي : $\{1; 2; 4; 8; 16\}$

X	1	2	4	8	16
$P(X=)$	$\frac{9}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{1}{36}$

(1,5)

$$\Sigma P_i = \frac{36}{36} = 1$$

الأمل الرياضي : $E = \Sigma(X_i \cdot P_i)$ (0,25)

$$E = \frac{121}{36} = 3,36$$ (0,25)

x	$-\infty$	1		2	$+\infty$
$P(x)$	$-$	0	$+$		$+$
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{P(x)}{x-2}$	$+$	0	$-$	‖	$+$

(1) (0,25)

f متزايدة تماما : $x \in]-\infty, 1[\cup]2, +\infty[$

f متناقصة تماما : $x \in]1, 2[$ (0,25)

3) معادلة المماس عند $x_0 = 3$

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$ (0,5)

$$y = 4(x-3) + 0$$

$$\boxed{y = 4x - 12}$$ (0,5)

4) $$\lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1)$$

$$= \frac{P(1)}{(1-2)^3} = 0$$ (0,25)

(0,25) المنحنى (C_f) يقبل مماس يوازي محور الفواصل عند $x_0 = 1$

(III)

$$g(x) = \frac{2x+5}{x-1}$$

$$g'(x) = \frac{-7}{(x-1)^2}$$ (1)

$$g'' = \frac{7 \cdot 2}{(x-1)^3}$$ (1)

$$g^{(3)} = \frac{-7 \cdot 2 \cdot 3}{(x-1)^4}$$ (1)