المادّة: رياضيات
المستوى: 1 ج م ع

التّاريخ: 2022/05/22
المدّة: ساعتين

اختبار الفصل الثّالث

التمرين الأول (6ن):

نعتبر العبارة الجبرية $A(x)$ حيث: $A(x) = 2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$.

1- أ) تحقّق أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $A(x) = (x^2 + 1)(2x^2 - 3x - 2)$.

ب) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة: $A(x) = 0$.

2- أ) حَدِّد على المجموعة $\mathbb{R}$ إشارة العبارة الجبرية $A(x)$.

ب) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المتراجحة: $[xA(x)]^{2023} \geq 0$.

3- نعتبر العبارة الجبرية $B(x)$ حيث: $B(x) = \frac{A(x)}{1-x} - 3(x^2 + x + 2)$.

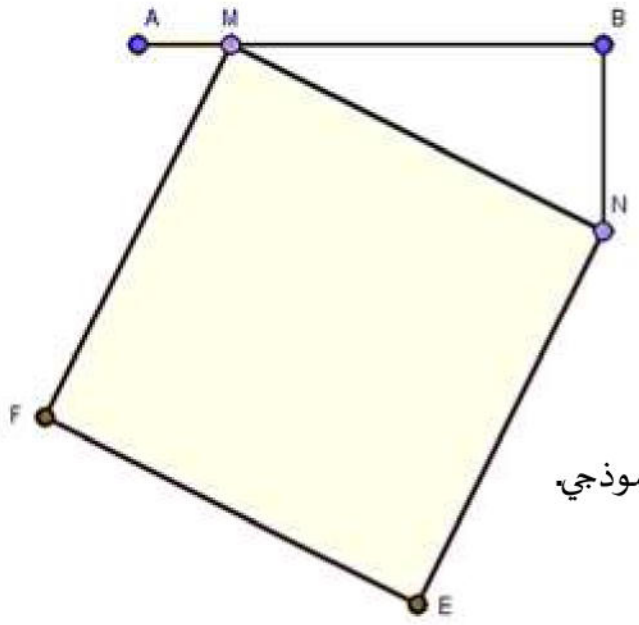
أ) عيّن القيمة الممنوعة للعبارة $B(x)$.

ب) بيّن أنّ: $B(x) = \frac{2(x^2+2)(x^2-2)}{1-x}$.

جـ) ادرس إشارة العبارة $B(x)$.

التمرين الثاني(6ن):

$[AB]$ قطعة مستقيمة حيث $AB = 5cm$ و M نقطة تتحرك على القطعة $[AB]$ حيث $AM = x$ ، N نقطة من المستقيم العمودي على المستقيم (AB) حيث $BN = 2AM$. انظر إلى الشكل المقابل:



نعتبر $f(x)$ مساحة المربع MNEF.

1- عيّن المجال الذي ينتمي إليه x.

2- احسب الطول BM بدلالة x.

3- تحقق أنّ: $f(x) = 4x^2 + (5-x)^2$.

4- عيّن قيمة $f(x)$ من أجل $x = 3$.

5- اعط العبارة المبسطة والمنشورة لـ $f(x)$ ثم أعط شكلها النموذجي.

6- حل المعادلة $f(x) = 65$ بطريقتين مختلفتين.

7- استنتج قيمة x بحيث تكون مساحة المربع هي $65cm^2$.

التمرين الثالث (4ن):

لتكن $F(x)$ عبارة جبرية و α عدد حقيقي حيث:

$$F(x) = (\alpha - 1)x^2 - 3\alpha x + \alpha + 1$$

1/ عيّن قيمة α التي من أجلها تكون المعادلة $F(x) = 0$ من الدرجة الأولى ثم حل في مجموعة الأعداد الحقيقية هذه المعادلة من أجل هذه القيمة.

2/ أ- عيّن قيم α حتى تكون المعادلة $F(x) = 0$ من الدرجة الثانية.

في كل ما يلي α يختلف عن 1.

ب- عيّن حلول المعادلة $F(x) = 0$ بدلالة α.

جـ- عيّن قيمة α حتى يكون (-1) حلا للمعادلة $F(x) = 0$.

د- بوضع $\alpha = 2\sqrt{3}$. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $F(x) < 0$.

التمرين الرابع (4ن):

$ABCD$ متوازي اضلاع مركزه O. النقطتان N, M منتصفا $[AD]$, $[BC]$ على الترتيب.

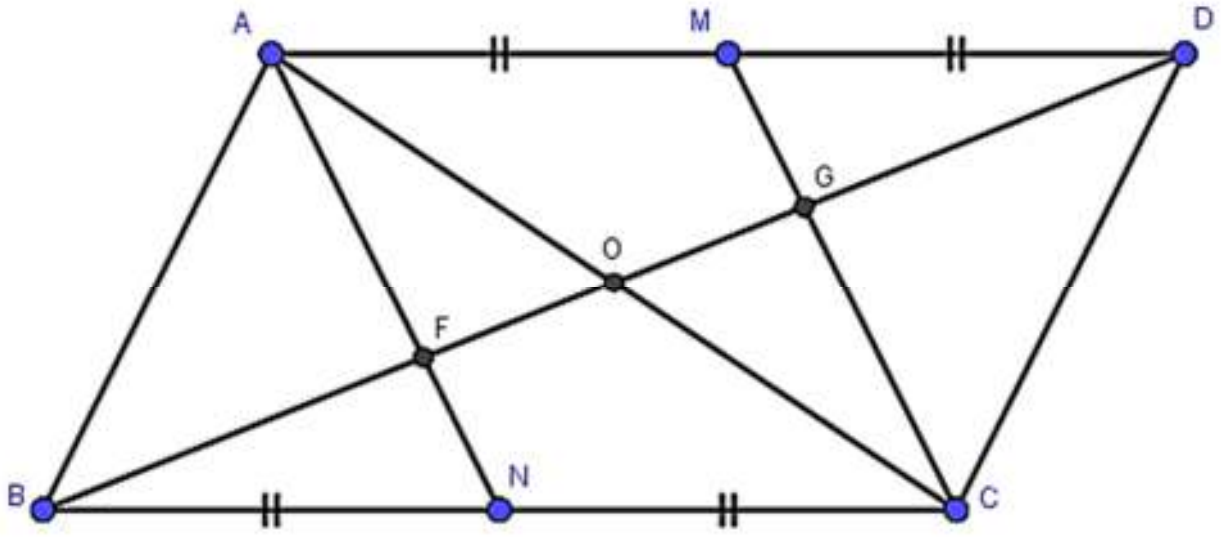
القطعتان $[AN]$, $[CM]$ تقطعان $[BD]$ في النقطتين G, F على الترتيب.

1- عيّن طبيعة الرباعي $AMCN$.

2- بين أنّ: $BF = FG = GD$.

3- استنتج أنّ النقطة O منتصف $[FG]$.

4- بيّن أنّ: $CG = 2GM$.



بالتوفيق

التصحيح النموذجي لاختبار مادة الرياضيات الفصل الثالث اولى علمي.

06/06

التمرين 1:

$A(x) = 2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$

1- أ) من أجل كل $x \in \mathbb{R}$

$A(x) = (x^2+1)(2x^2-3x-2)$

$= 2x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 2x^2 - 3x - 2$

$A(x) = 2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$ ب)

$A(x) = 0$

$(x^2+1)(2x^2-3x-2) = 0$

إما $x^2+1=0$ أو $2x^2-3x-2=0$

$x^2 = -1$ مستحيلة

$\Delta = 25 > 0$

$x_1 = -\frac{1}{2}$ $x_2 = 2$

إذن $S = \{-\frac{1}{2}; 2\}$

2- أ)

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
x^2+1		+		+		
$2x^2-3x-2$	+	0	−	0	+	
$A(x)$	+	0	−	0	+	

ب- $(xA(x))^{2023} \geq 0$

$(xA(x))^{2023}$ عدد موجب إذن الدالة $xA(x)$ و منه:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$		0		2		$+\infty$
$A(x)$	+	0	−		−	0	+	
x	−		−	0	+		+	
$(xA(x))^{2023}$	−	0	+	0	−	0	+	

$x \in]-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [0; 2]$ و منه $xA(x) \leq 0$

3- أ) $1-x=0$

$x=1$

إذن العدد الحقيقي الذي يلغي $B(x)$ هو 1

ب- تأكيد لذلك:

$B(x) = \frac{2x^4-3x^3-3x-2}{1-x} - 3(x^2+x+2)$

$= \frac{2x^4-3x^3-3x-2}{1-x} - 3x^2 - 3x - 6$

$= \frac{2x^4-3x^3-3x-2+(-3x^2-3x-6)(1-x)}{1-x}$

$= \frac{2x^4-3x^3-3x-2-3x^2-3x-6+3x^3+3x^2+6x}{1-x}$

$= \frac{2x^4-8}{1-x}$

$= \frac{2(x^4-4)}{1-x} = \frac{2(x^2-2)(x^2+2)}{1-x}$

ج) الدالة $B(x)$ معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$

$B(x) = 0$

$x \neq 1$ و $\frac{2(x^2-2)(x^2+2)}{1-x} = 0$

$x^2-2=0$ أو $x^2+2=0$

$x^2 = 2$ مستحيلة

$x = \sqrt{2}$ أو $x = -\sqrt{2}$

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$		1		$\sqrt{2}$		$+\infty$
x^2-2	+	0	−		−	0	+	
x^2+2	+		+		+		+	
$1-x$	+		+	0	−		−	
$B(x)$	+	0	−	‖	+	0	−	

التمرين 2: 06/06

1- $x \in [0; 2]$

2- أ) $BM = 5-x$

ب- المثلث MBN قائم في B حسب فيثاغورس

$MN^2 = MB^2 + BN^2$

$MN^2 = (5-x)^2 + (2x)^2$

$= (5-x)^2 + 4x^2$

ج- $f(x) = MN^2$

$= 4x^2 + (5-x)^2$

$f(3) = (5-3)^2 + 4(3)^2 = 40$

3- العبارة المبسطة

$f(x) = 25 + x^2 - 10x + 4x^2$

$= 5x^2 - 10x + 25$

4- الشكل النموذجي

$f(x) = 5\left[\left(x - \frac{10}{10}\right)^2 + \frac{400}{100}\right]$

$\Delta = 100 - 4(5)(25) = -400$

$f(x) = 5\left[(x-1)^2 + 4\right]$

$f(x) = 5(x-1)^2 + 20$

ج: حل المعادلة $f(x)=65$

$5(x+1)^2+20=65$ (0.5)

$(x+1)^2=9$

$x+1=3$ أو $x+1=-3$

$x=2$ أو $x=-4$

$-4 \notin [0;4]$ لأن

حل المعادلة $5x^2-10x+25=65$

$5x^2-10x-40=0$ (0.5)

$\Delta=900>0$

$x_1=\frac{10-30}{10}=-2$ مرفوض

$x_2=\frac{10+30}{10}=4$

أ) معادلة مماس $(\mathcal{C})$ عند النقطة ذات الفاصلة 4

$f(4)=65$ (0.5)

$y=65$

وبالتالي مساحة المربع MNEF

عندما $x=4\,cm$ تكون

المساحة $65\,cm^2$

04/04

ب) تعيين α بحيث $f(x)=f(1)$

$\alpha-1=0$ (0.5)

$\alpha=1$

من أجل $\alpha=1$

$F(x)=0$

معناه

$-3x+2=0$ (0.5)

$x=\frac{2}{3}$

ب/ دراسة حسب قيم α

$\alpha-1\neq 0$

$\alpha \in \mathbb{R}-\{1\}$ (0.5)

ب-

من أجل $\alpha \neq 1$

$F(x)=0$

$\Delta=(-3\alpha)^2-4(\alpha-1)(\alpha+1)$

$\Delta=9\alpha^2-4\alpha^2+4=5\alpha^2+4>0$ (1)

المعادلة تقبل حلين مختلفين هما

$x_2=\frac{3\alpha+\sqrt{5\alpha^2+4}}{2(\alpha-1)}$ $x_1=\frac{3\alpha-\sqrt{5\alpha^2+4}}{2(\alpha-1)}$

معناه $F(x)=0$ لما $x=-1$

$F(-1)=0$

$(\alpha-1)+3\alpha+\alpha+1=0$ (0.5)

$5\alpha=0$

$\alpha=0$

$\alpha=2\sqrt{3}$ ←

$\Delta=64$

$x_2=\frac{6\sqrt{3}+8}{4\sqrt{3}-1}\approx 3,1$ $x_1=\frac{6\sqrt{3}-8}{4\sqrt{3}-1}\approx -0,4$

(1)

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$F(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$a=\alpha-1=2\sqrt{3}-1\approx 2,4>0$

$x \in]x_1;x_2[$

04/04

تمرين 4:

1- لدينا $AM=NC$ و $(AM)\parallel(NC)$

ومنه $ABCD$ متوازي أضلاع. (1)

وبالتالي الرباعي $AMCN$ متوازي أضلاع.

2- في المثلث ACB المستقيمان (BO) و (AN) متوسطان يتقاطعان في F وبالتالي هي مركز ثقل المثلث أي $BF=2OF$ (1)

في المثلث ADC المستقيمان (CM) و (OD) متوسطان و G مركز ثقل المثلث أي $GD=2GO$

وبما أن O منتصف $[BD]$ أي $OB=OD$

أي $OF=GO$ و منه $3OF=3GO$

$OF=GO=\frac{1}{2}FG$ لأن O منتصف $[FG]$

$2OF=2GO=FG$

$BF=GD=FG$

3- برهان أن $OF=GO$ (1) صحيح لأن O منتصف $[FG]$.

4- برهان أن G مركز ثقل المثلث ADC (1) لأن $CG=2GM$