التمرين الأول :

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ ب : $f(x)=\frac{-2x-1}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\neq -1$: $f(x)=-2+\frac{1}{x+1}$

2) عين اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-1;+\infty[$ و $]-\infty;-1[$.

3) شكل جدول تغيراتها .

4) بين أن النقطتين $A(0;-1)$ و $B\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

5) بين كيف يمكننا إنشاء (C_f) انطلاقا من (P) منحنى دالة مرجعية يطلب تعيينها ثم أنشئ (C_f) مع الشرح .

التمرين الثاني :

لتكن العبارة الجبرية $P(x)$ ذات المتغير الحقيقي x المعرفة ب : $P(x)=2x^2-3x-5$

1) اكتب $P(x)$ على الشكل النموذجي .

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$ ثم استنتج تحليلا $P(x)$.

3) نعتبر العبارة الجبرية $E(x)$ بحيث : $E(x)=\frac{P(x)}{x+2}$

أ) عين القيم الممنوعة للعبارة $E(x)$ ثم استنتج مجموعة تعريفها .

ب) ادرس إشارة العبارة $E(x)$.

ج) استنتج حلول المتراجحة $E(x)\leq 0$.

التمرين الثالث :

1) علم على الدائرة المثلثية (C) النقط M_1 ، M_2 و M_3 صور الأعداد الحقيقية x_1 ، x_2 و x_3 على

الترتيب : $x_1 = 2021\pi$ ، $x_2 = -\frac{133\pi}{6}$ ، $x_3 = \frac{91\pi}{3}$ (مع الشرح) .

2) احسب القيم المضبوطة لجيب و جيب تمام الأعداد السابقة .

3) لتكن العبارة $A(x)$ المعرفة كمايلي :

$$A(x) = \cos\left(-\frac{133\pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{91\pi}{3}\right) + \sqrt{2}\sin(2022\pi) - \cos(x + 2021\pi)$$

أ) اثبت أن : $A(x) = \cos(x)$.

ب) حل في المجال $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ المعادلة التالية : $\sqrt{2}A(x) = 1$.

" انتهى "

"إذا آمنت بنفسك فلن يستطيع أحد إيقافك "

أساتذة المادة يتمنون لكم كل التوفيق و النجاح

عطلة سعيدة

تصحيح الإختبار الثلاثي الأخير في الرياضيات:

التمرين الأول:

1) لدينا من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \neq -1$:

$$\begin{aligned}-2+\frac{1}{x+1} &= \frac{-2(x+1)}{x+1}+\frac{1}{x+1}\\ &= \frac{-2(x+1)}{x+1}+\frac{1}{x+1}\\ &= \frac{-2(x+1)+1}{x+1}\\ &= \frac{-2x-2+1}{x+1}\\ &= \frac{-2x-1}{x+1}\\ &= f(x)\end{aligned}$$

إذن من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \neq -1$:

$$f(x) = -2+\frac{1}{x+1}$$

2) إتجاه تغير الدالة f :

أولاً- على المجال $]-1;+\infty[$

نفرض x_1 و x_2 من المجال $]-1;+\infty[$

حيث: $-1 < x_1 < x_2$

بإضافة 1 لكل طرف نجد: $0 < x_1+1 < x_2+1$

بقلب كل طرف نجد: $\frac{1}{x_1+1} > \frac{1}{x_2+1} > 0$

بإضافة 2- نجد: $-2+\frac{1}{x_1+1} > -2+\frac{1}{x_2+1}$

وبالتالي: $\boxed{f(x_1) > f(x_2)}$

إذن: f متناقصة تماماً على المجال $]-1;+\infty[$.

ثانياً- على المجال $]-\infty;-1[$

نفرض x_1 و x_2 من المجال $]-\infty;-1[$

حيث: $x_1 < x_2 < -1$

بإضافة 1 لكل طرف نجد: $x_1+1 < x_2+1 < 0$

بقلب كل طرف نجد: $\frac{1}{x_1+1} > \frac{1}{x_2+1}$

بإضافة 2- نجد: $-2+\frac{1}{x_1+1} > -2+\frac{1}{x_2+1}$

وبالتالي: $\boxed{f(x_1) > f(x_2)}$

إذن: f متناقصة تماماً على المجال $]-\infty;-1[$

النتيجة:

الدالة f متناقصة تماماً على كل مجال من المجالين $]-1;+\infty[$ و $]-\infty;-1[$.

3) جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	↘	‖	↘

4) إثبات أن $A(0;-1)$ و $B\left(-\frac{1}{2};0\right)$ تنتميان إلى (C_f):

$A(0;-1) \in (C_f)$ معناه $f(0) = -1$

يكفي إثبات أن $f(0) = -1$:

لدينا: $f(0) = \frac{-2(0)-1}{0+1} = \frac{0-1}{1} = \frac{-1}{1} = \boxed{-1}$

إذن النقطة $A(0;-1)$ تنتمي للمنحنى (C_f).

$B\left(-\frac{1}{2};0\right) \in (C_f)$ معناه $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$

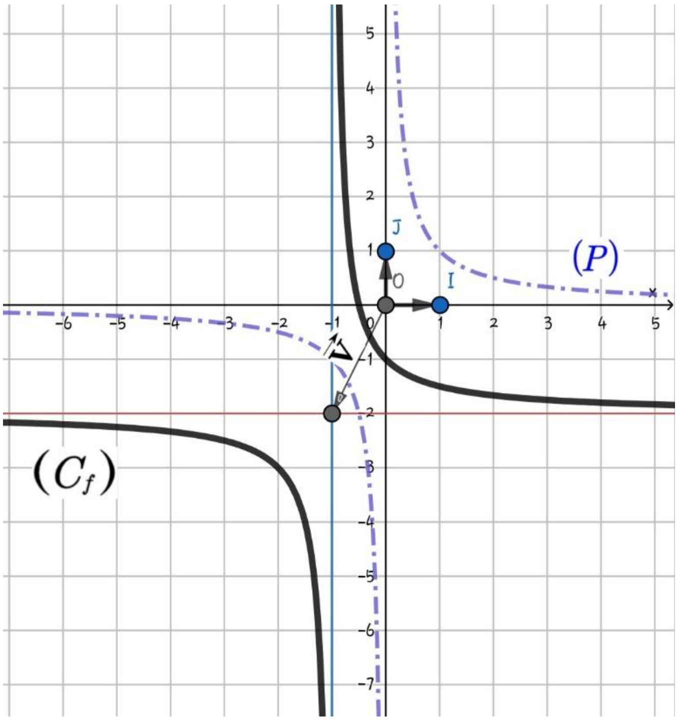
يكفي إثبات أن $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$:

لدينا: $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{-2\left(-\frac{1}{2}\right)-1}{\left(-\frac{1}{2}\right)+1} = \frac{\frac{2}{2}-1}{\frac{1}{2}} = \frac{1-1}{\frac{1}{2}} = \frac{0}{\frac{1}{2}} = \boxed{0}$

إذن النقطة $B\left(-\frac{1}{2};0\right)$ تنتمي للمنحنى (C_f).

5) المنحنى (C_f) هو صورة (P) منحنى الدالة "مقلوب"

بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{V}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$.



الشرح: يُترك للتلميذ

التمرين الثاني: لدينا: $P(x)=2x^2-3x-5$

1) **كتابة العبارة $P(x)$ على الشكل النموذجي:**

أي من الشكل: $P(x)=a\left[\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{\Delta}{4a^2}\right]$

$\begin{cases} a=2 \\ b=-3 \\ c=-5 \end{cases}$ ،
$\Delta=b^2-4ac$
$\Delta=(-3)^2-4(2)(-5)$
$\boxed{\Delta=49}$

بالتعويض نجد: $P(x)=2\left[\left(x-\dfrac{3}{4}\right)^2-\dfrac{49}{16}\right]$

2) **حل المعادلة $P(x)=0$ في $\mathbb{R}$**:

لدينا $\Delta=49>0$ ومنه للمعادلة حلان هما:

$$\begin{cases} x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{3-7}{4}=\boxed{-1} \\ x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{3+7}{4}=\boxed{\dfrac{5}{2}} \end{cases}$$

إذن: $S=\left\{-1\,;\dfrac{5}{2}\right\}$

3) $E(x)=\dfrac{P(x)}{x+2}$

أ- القيم الممنوعة للعبارة $E(x)$: هي قيم x التي تعدم المقام

لإيجاد القيم الممنوعة نحل المعادلة $x+2=0$ نجد $x=-2$.

إذن توجد قيمة ممنوعة وحيدة هي $\boxed{-2}$

- إستنتاج مجموعة تعريف $E(x)$:

$D_E=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x+2\neq 0\}$

$D_E=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\neq -2\}$

$\boxed{D_E=\mathbb{R}-\{-2\}}$

ب- دراسة إشارة العبارة $E(x)$:

نلخص إشارة العبارة $E(x)$ في جدول الإشارة التالي:

x	$-\infty$		-2		-1		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		+		+	0	-	0	+	
$x+1$		-	0	+		+		+	
$E(x)$		-	||	+	0	-	0	+	

ج) من الجدول السابق نستنتج أن حلول المتراجحة $E(x)\leq 0$ هي:

$S=\left]-\infty;-2\right[\cup\left[-1\,;\tfrac{5}{2}\right]$

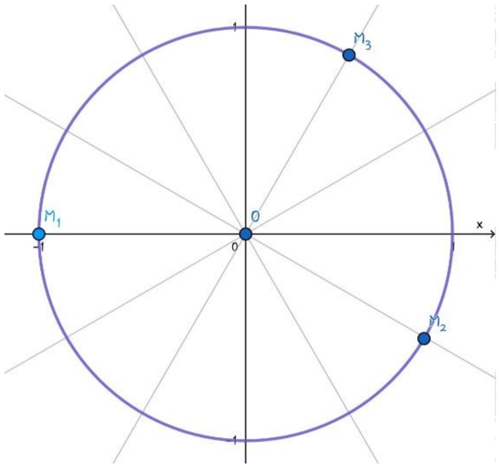
التمرين الثالث:

1) تعليم النقط:

$x_1=2021\pi=2020\pi+\pi=1010(2\pi)+\pi$

$x_2=\dfrac{-133\pi}{6}=\dfrac{-132\pi-\pi}{6}=-22\pi-\dfrac{\pi}{6}=-11(2\pi)-\dfrac{\pi}{6}$

$x_3=\dfrac{91\pi}{3}=\dfrac{90\pi+\pi}{3}=30\pi+\dfrac{\pi}{3}=15(2\pi)+\dfrac{\pi}{3}$



2) **حساب جيب وجيب تمام الأعداد السابقة:**

$Cos(x_1)=Cos(2021\pi)=Cos(\pi)=-1$

$Sin(x_1)=Sin(2021\pi)=Sin(\pi)=0$

$Cos(x_2)=Cos\left(\dfrac{-133\pi}{6}\right)=Cos\left(\dfrac{-\pi}{6}\right)=Cos\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$Sin(x_2)=Sin\left(\dfrac{-133\pi}{6}\right)=Sin\left(\dfrac{-\pi}{6}\right)=-Sin\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{-1}{2}$

$Cos(x_3)=Cos\left(\dfrac{91\pi}{3}\right)=Cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{1}{2}$

$Sin(x_3)=Sin\left(\dfrac{91\pi}{3}\right)=Sin\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

3) أ- **إثبات أن** $A(x)=Cos(x)$:

$A(x)=Cos\left(\dfrac{-133\pi}{6}\right)-Sin\left(\dfrac{91\pi}{3}\right)+\sqrt{2}\,Sin(2022\pi)-Cos(x+2021\pi)$

$A(x)=Cos\left(\dfrac{-\pi}{6}\right)-Sin\left(\dfrac{\pi}{3}\right)+\sqrt{2}\,Sin(0)-Cos(x+\pi)$

$A(x)=Cos\left(\dfrac{\pi}{6}\right)-Sin\left(\dfrac{\pi}{3}\right)+\sqrt{2}\,Sin(0)+Cos(x)$

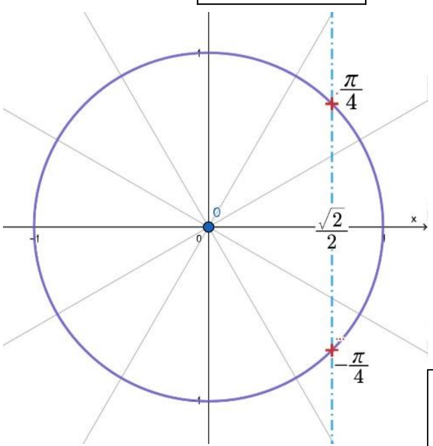
$A(x)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{2}(0)+Cos(x)$

$\boxed{A(x)=Cos(x)}$

ب- حل في $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ **المعادلة** $\sqrt{2}A(x)=1$: لدينا:

$\sqrt{2}A(x)=1$ **تكافئ:** $A(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ **تكافئ:** $A(x)=\dfrac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

تكافئ: $A(x)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **تكافئ:** $\boxed{Cos(x)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}}$



$\boxed{S=\left\{\dfrac{-\pi}{4}\,;\dfrac{\pi}{4}\right\}}$

أساتذة المادة يتمنون لكم كل التوفيق