

الفرض الأول للثلاثي الثالث في مادة الرياضيات (الأستاذ: مراحي لزهر)

التمرين الأول (أ):

$ABCD$  مربع طول حرفه  $a$  و مركزه  $O$ .

النقطة  $I$  هي منتصف القطعة المستقيمة  $[AB]$  و النقطة  $J$  هي منتصف القطعة المستقيمة  $[BC]$ .

1 - أنشئ شكلا مناسباً.

2 - أحسب بدلالة العدد الحقيقي الموجب تماما  $a$  كلا من الجداءات السلمية التالية:  $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AJ}$  ،  $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OI}$  ،  $\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{AC}$  ،  $\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{BO}$

التمرين الأول (ب):

$ABC$  مثلث قائم في  $A$  حيث  $AB = 2\alpha$  و  $AC = \alpha$

النقطة  $D$  نظيرة النقطة  $C$  بالنسبة إلى النقطة  $A$  و النقطة  $K$  معرفة كما يلي:  $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AB}$

1 - أنشئ شكلا مناسباً ثم أحسب بدلالة العدد الحقيقي الموجب تماما  $\alpha$  ، الجداء السلمي  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$

2 - أثبت أن المستقيمان  $(BD)$  و  $(CK)$  متعامدان.

التمرين الثاني:

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  . لتكن النقطتان:  $A(-2; 3)$  و  $B(4; -1)$  من المستوي.

1 - أكتب معادلة ديكارتية للدائرة  $(C)$  التي قطرها  $[AB]$

2 - أكتب معادلة ديكارتية لمماس الدائرة  $(C)$  عند النقطة  $A$ .

التمرين الثالث:

1 - إذا علمت أن:  $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$  أحسب:  $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$

2 - استنتج كلا من  $\sin\left(\frac{3\pi}{5}\right)$  و  $\cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)$  ثم  $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)$  و  $\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)$

3 - حل في المجال  $[0; 2\pi]$  المعادلة:  $\cos x = \frac{1-\sqrt{5}}{4}$

ملاحظة هامة: اختر واحدا فقط من بين التمرينين الأول (أ) و الأول (ب)

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
08		<b>التمرين الأول(أ): ( 08 نقاط )</b>
	02	1 - إنشاء شكل مناسب: .....
	01,5	II - حساب الجداءات السلمية: $\vec{AI} \cdot \vec{AJ} = AI \times AB = \frac{a}{2} \times a = \frac{a^2}{2}$ .....
	01,5	$\vec{AO} \cdot \vec{OI} = AO \times OI \times \cos(\vec{AO}, \vec{OI}) = AO \times OI \times \cos(\vec{OC}, \vec{OI}) = a \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{a}{2} \times \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{a^2}{4}$
	01,5	..... $\vec{IJ} \cdot \vec{AC} = \frac{1}{2} \vec{AC} \cdot \vec{AC} = \frac{1}{2} AC^2 = \frac{1}{2} (a^2 + a^2) = a^2$
	01,5	..... $\vec{IJ} \cdot \vec{BO} = IJ \times BO \times \cos(\vec{IJ}, \vec{BO}) = \frac{AC}{2} \times \frac{BD}{2} \times \cos(\vec{AC}, \vec{BD}) = 0$
		<b>التمرين الأول(ب): ( 08 نقاط )</b>
	02	1- إنشاء شكل مناسب: .....
	02	حساب الجداء السلمي $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ .....
	02	..... $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -\vec{BA} \cdot \vec{BC} = -BA^2 = -4a^2$
02	2- إثبات أن المستقيمان (BD) و (CK) متعامدان: ..... معناه: $(\vec{AD} + \vec{DB}) \cdot (\vec{BK} + \vec{KC}) = -4a^2$	
	..... معناه: $\vec{AD} \cdot \vec{BK} + \vec{AD} \cdot \vec{KC} + \vec{DB} \cdot \vec{BK} + \vec{DB} \cdot \vec{KC} = -4a^2$	
	..... معناه: $0 - a \times a - 2a \times \frac{3}{4}(2a) + \vec{DB} \cdot \vec{KC} = -4a^2$	
	ومنه: $a^2 - 3a^2 + \vec{DB} \cdot \vec{KC} = -4a^2$ إذن $\vec{DB} \cdot \vec{KC} = 0$	
02	و بالتالي : $(DB) \perp (CK)$ .....	
	<b>التمرين الثاني: ( 06 نقاط )</b>	
	1- أكتب معادلة ديكارتية للدائرة (C) التي قطرها [AB]	
01	..... معناه $M \in (C) \quad \vec{AM} \cdot \vec{BM} = 0$	
01	..... $(x+2)(x-4) + (y-3)(y+1) = 0$	
01	..... $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y - 11 = 0$	
	2- كتابة معادلة مماس الدائرة (C) :	
01	..... هذا المماس (T) هو مستقيم يشمل النقطة A و $\vec{AB}$ شعاع ناظمي له .....	

01	..... $6(x+2)+(-4)(y-3)=0$ أي $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 0$ معناه: $M(x; y) \in (T)$
01	..... و منه: $(T): 6x - 4y + 24 = 0$
	<b>التمرين الثالث: (06 نقاط)</b>
	-1 حساب $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$
	$\frac{2\pi}{5} \in [0; \pi]$ لأن $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) > 0$ مع $\sin^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) = 1 - \cos^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) = 1 - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right)^2 = \frac{5+\sqrt{5}}{8}$
02	..... إذن: $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5+\sqrt{5}}}{2\sqrt{2}}$
	-2 استنتاج كلا من $\sin\left(\frac{3\pi}{5}\right)$ و $\cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)$ ثم $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)$ و $\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)$
0,5	..... $\cos\left(\frac{3\pi}{5}\right) = \cos\left(\pi - \frac{2\pi}{5}\right) = -\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = -\frac{\sqrt{5}-1}{4} = \frac{1-\sqrt{5}}{4}$
0,5	..... $\sin\left(\frac{3\pi}{5}\right) = \sin\left(\pi - \frac{2\pi}{5}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5+\sqrt{5}}}{2\sqrt{2}}$
0,5	..... $\cos\left(\frac{\pi}{10}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{5}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5+\sqrt{5}}}{2\sqrt{2}}$
0,5	..... $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{5}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$
	-3 حل في المجال $[0; 2\pi]$ المعادلة: $\cos x = \frac{1-\sqrt{5}}{4}$
01	..... $\cos x = \frac{1-\sqrt{5}}{4} = \cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)$
01	..... إذن: $\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{5} \\ \text{و} \\ x = 2\pi - \frac{3\pi}{5} = \frac{7\pi}{5} \end{array} \right.$

انتهى نص الإجابة بعون من الله وفضله